

О ФОКУСИРОВКЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ НАКЛОННОГО ДНА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

М.Ю. Фершалов, П.С. Петров, Д.В. Макаров

Рассматривается задача о распространении звука вдоль берегового клина в мелком море. Внимание сосредоточено на эффекте акустического оползня, сопровождающегося усиленной фокусировкой звука вблизи дна, а также засветкой оси подводного звукового канала при выходе акустического пучка в глубокое море. В настоящей работе исследуется влияние профиля скорости звука на эффективность фокусировки вблизи дна. Для измерения степени фокусировки применяется функция Хусими, представляющая собой частный случай сглаженной функции Вигнера и позволяющая проецировать акустическое поле на фазовое пространство лучевых уравнений. Используя функцию Хусими, мы можем одновременно оценивать как фокусировку по глубине, так и сужение углового спектра акустического поля. Показано, что с увеличением глубины термоклина степень фокусировки снижается. Данное обстоятельство связано с сужением придонного звукового канала. С ростом длины звуковой волны эффективность фокусировки падает, что указывает на лучевую природу эффекта оползня. В качестве примера рассмотрена модель акустического волновода вблизи полуострова Гамова в Японском море.

Ключевые слова: акустика мелкого моря, мелководный волновод, эффект акустического оползня.

Введение

Хорошо известно, что распространение звука в зоне прибрежного шельфа достаточно сильно подвержено влиянию батиметрии. В качестве примера такого влияния достаточно упомянуть возникновение существенных горизонтальных отклонений распространяющихся волн [1, 2], в том числе появление так называемых мод «шепчущей галереи» [3]. Однако даже в отсутствие таких отклонений динамика звуковых волн может демонстрировать достаточно интересное и нетривиальное поведение, например, возникновение так называемого эффекта акустического «оползня» (перевод с английского «mudslide»). Эффект оползня заключается в фокусировке акустического поля вблизи дна при распространении в придонном звуковом канале с плавно опускающимся дном. Первое упоминание об эффекте оползня относится к работе [4], хотя близкие по смыслу явления рассматривались и раньше [5, 6]. Отдельно стоит отметить результат, изначально полученный в работе [7] и позднее представленный в классической монографии [8]: вследствие сохранения лучевого инвари-

анта высота верхней точки заворота луча над дном не меняется вдоль трассы распространения. Из этого следует, что не меняется толщина слоя, в котором сфокусирована акустическая энергия, при этом смещение этого слоя вдоль трассы повторяет профиль дна. Здесь важно упомянуть, что данный результат был получен в лучевом приближении без учета проникновения звука в осадочный слой. Последний фактор, как было показано Ф.Д. Таппертом и его коллегами [4], способен усиливать фокусировку поля вблизи дна. Эффект оползня имеет определенное практическое значение. Например, он позволяет добиться эффективной засветки оси подводного звукового канала при прохождении звука через область свала глубин и попадании в глубокий океан. Таким образом, возникает зависимость импульсной характеристики в глубоком море от профиля скорости звука в мелководной части волновода [9, 10]. Данный способ засветки оси канала активно использовался в экспериментах по навигации с помощью акустических сигналов, проведенных в Японском море [11]. Влияние рельефа дна на эффективность фокусировки акустического поля исследовано в работе [12].

В настоящей работе мы проводим теоретическое исследование влияния вертикального профиля скорости звука на эффективность фокусировки акустического поля в придонном звуковом канале. В качестве основного инструмента для оценки степени фокусировки будет использована функция Хусими, представляющая собой разновидность сглаженной по пространственным и угловым масштабам функции Вигнера [13, 14]. Функция Хусими ранее активно применялась в квантовых задачах, в частности, в квантовой оптике [15]. Начиная с работы [16] функция Хусими стала активно применяться в акустике океана. Основным ее назначением стало установление соответствия между лучевой и волновой картинами поля, чаще всего в контексте исследования лучевого хаоса [17–21]. В работах [22,23] функция Хусими рассматривается как средство для оценки углов прихода акустических импульсов по данным, полученным с помощью вертикальной гирлянды гидрофонов.

1. Функция Хусими

Рассмотрим двухслойный акустический волновод в мелком море с водным слоем сверху и осадочным снизу.

Звуковое поле в волноводе описывается уравнением Гельмгольца [27]:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right] + k_0^2 n^2 \Psi = 0, \quad (1)$$

где z – глубина, r – горизонтальная координата, ρ – плотность среды, $\Psi(r,z)$ – звуковое поле, k_0 – опорное волновое число, связанное с частотой звука f с помощью формулы $k_0 = 2\pi f / c_0$, $n(r;z)$ – показатель преломления звуковых волн. Пренебрегая обратным рассеянием звука, мы можем свести уравнение Гельмгольца к широкоугольному параболическому уравнению, которое имеет вид:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = ik_0 (\hat{Q} - 1) \Psi, \quad (2)$$

где

$$\hat{Q} = \sqrt{n^2 + \frac{1}{k_0^2} \rho \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right]}. \quad (3)$$

На поверхности воды акустическое поле удовлетворяет граничному условию Дирихле:

$$\Psi|_{z=0} = 0. \quad (4)$$

Снизу осадочный слой граничит со слоем твердых пород, поэтому на нижней границе $z = L$ мы имеем граничное условие Неймана:

$$\left. \frac{d\Psi}{dz} \right|_{z=L} = 0. \quad (5)$$

Условие на границе раздела между водным и осадочным слоями, $z = h$, выглядит следующим образом:

$$\Psi|_{z=h-0} = \Psi|_{z=h+0}, \quad \left. \frac{1}{\rho_{\text{wat}}} \frac{d\Psi}{dz} \right|_{z=h-0} = \left. \frac{1}{\rho_{\text{sed}}} \frac{d\Psi}{dz} \right|_{z=h+0}, \quad (6)$$

где ρ_w и ρ_{sed} – значения плотности в воде и в осадочном слое соответственно. В дальнейшем мы будем считать плотность воды постоянной и равной 1 г/см^3 .

Траектории звуковых лучей описываются уравнениями Гамильтона:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z}, \quad (7)$$

где $p = n \sin \chi$, χ – угол скольжения луча, H – лучевой гамильтониан,

$$H = -\sqrt{n^2 - p^2}. \quad (8)$$

Переменные z и p образуют лучевое фазовое пространство. Проекция акустического поля на это пространство задается преобразованием Вигнера:

$$W(p,z) = \frac{k_0}{2\pi A} \int d\zeta \Psi \left(z - \frac{\zeta}{2} \right) \Psi^* \left(z + \frac{\zeta}{2} \right) e^{ik_0 p \zeta}, \quad (9)$$

где A – норма волновой функции, определяемая как

$$A = \int |\Psi(z)|^2 dz. \quad (10)$$

Функцию Вигнера W можно рассматривать как некий аналог плотности вероятности в пространстве лучевых переменных z и p . Это значит, что значение некоторой величины $\mathcal{G} = \mathcal{G}(p,z)$, соответствующее профилю акустического поля Ψ , может быть рассчитано как

$$\langle \mathcal{G} \rangle = \iint \mathcal{G}(p,z) W(p,z) dz dp. \quad (11)$$

В лучевом пределе $k_0 \rightarrow \infty$ функция Вигнера обращается в положительно определенную плотность лучей в фазовом пространстве. Применяя преобразование (9), мы можем рассчитать локальный угловой спектр акустического поля, проецируя волновое поле на лучевое фазовое пространство. Однако анализ функции Вигнера несколько затрудняется наличием быстрых осцилляций, обусловленных интерференцией. По этой причине для решения практических задач более удобно использовать сглаженную функцию Вигнера [13,14]:

$$W_{sm}(p, z, k_0) = \int dz' dp' G(p, p', z, z') W(p', z'), \quad (12)$$

где сглаживающая функция выбирается в виде гауссиана:

$$G(p, p', z, z') = \frac{1}{2\pi\Delta_z\Delta_p} \exp\left[-\frac{(z-z')^2}{2\Delta_z^2} - \frac{(p-p')^2}{2\Delta_p^2}\right]. \quad (13)$$

Если параметры сглаживания Δ_z и Δ_p удовлетворяют выражению:

$$\Delta_z\Delta_p = \frac{1}{2k_0}, \quad (14)$$

формула (12) дает функцию (или преобразование) Хусими:

$$W_h(p, z, k_0) = |Y(p, z, k_0)|^2, \quad (15)$$

где $Y(p, z, k_0)$ – это свертка акустического поля с гауссовым волновым пучком вида:

$$\phi(p, z) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi\Delta_z^2}} \exp\left[ik_0 p(z' - z) - \frac{(z' - z)^2}{4\Delta_z^2}\right]. \quad (16)$$

Такой пучок характеризуется углом скольжения $\chi = \arcsin(p/n) \simeq \arctg p$ [23, 24]. Выражение для свертки имеет вид:

$$Y(p, z, k_0) = \frac{1}{\sqrt{A}} \int \Psi^*(z', k_0) \phi(p - p', z - z') dz'. \quad (17)$$

Выражение (14) можно рассматривать как акустический аналог соотношения неопределенностей Гейзенберга. Согласно определению, функция Хусими описывает величину вклада волнового пучка (17) в общее акустическое поле. С другой стороны, известно, что гауссовы пучки обладают наименьшей пространственной расходимостью и могут рассматриваться как волновые аналоги лучей. Отсюда следует, что функцию Хусими можно рассматривать как некий аналог плотности лучей в фазовом пространстве. Следуя этой аналогии, мы можем найти распределение лучей по переменной p , которая, как отмечалось выше, характеризует угол скольжения луча:

$$F(p) = \int W_h(p, z) dz. \quad (18)$$

Зная функцию $F(p)$, мы можем найти ширину углового спектра акустического поля:

$$\sigma_p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}, \quad (19)$$

где

$$\langle p^n \rangle = \int p^n F(p) dp. \quad (20)$$

Кроме того, мы можем охарактеризовать степень фокусировки акустического поля как эффективный

объем в лучевом фазовом пространстве (фазовый объем), занимаемый акустическим пучком [25]:

$$L_h = \frac{1}{k_0 \int W_h(p, z)^2 dz dp}. \quad (21)$$

2. Численное моделирование

Параметры модельного геоакустического волновода для рассматриваемой трассы были подобраны на основе натуральных данных [10, 11, 26, 27]. По направлению от мыса Гамова на восток идет постепенное увеличение глубины до 200 м, после начинается свал глубин до 3 км. Такая батиметрия идеально подходит для образования эффекта оползня (рис.1).

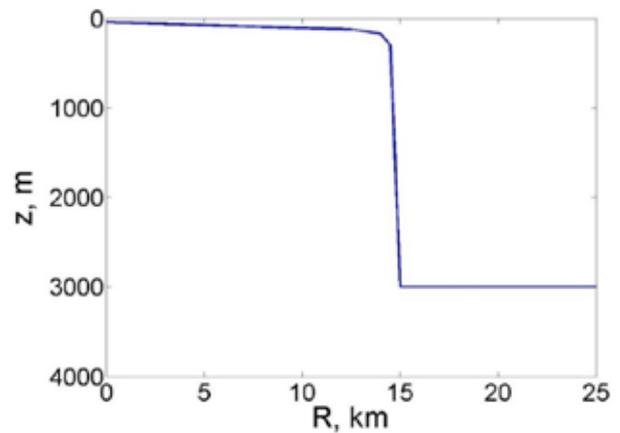


Рис. 1. Батиметрический профиль рассматриваемого волновода

Моделирование проводилось с помощью программы RAMs [28], в которой реализовано численное решение широкоугольного параболического уравнения, учитывающего упругие свойства пород, слагающих дно. Параметры донных слоёв в этой программе задаются с помощью кусочно-линейных функций, описывающих зависимость от глубины скоростей продольных и поперечных волн, коэффициентов поглощения этих волн и плотности. Значения на горизонтах раздела слоёв, используемые для линейной интерполяции параметров, представлены в таблице. Безусловно, получаемые при этом значения параметров имеют смысл только для донных слоёв и не используются при моделировании внутри водного слоя.

Для численного моделирования использовался кусочно-линейный профиль скорости звука, представленный на рис. 2. Параметр z_1 в данном случае определяет горизонт верхней границы термоклина. Акустическое поле возбуждалось точечным источни-

Значения параметров донного слоя, использованные для расчета соответствующих вертикальных градиентов в программе RAMs

z (m)	C_p (m/s)	C_s (m/s)	ρ (gr/sm ³)	α_p	α_s
0	2470	530	2.5	0.5	0.2
86	2500	620	2.5	0.1	0.2
4000	4000	650	3.5	1	1

ком, расположенным вблизи дна, рассматривались только тональные сигналы.

Результаты численного моделирования указывают на сильную зависимость степени фокусировки от глубины термоклина. В качестве примера можно рассмотреть случай сигнала с частотой 300 Гц. На рис. 3 представлены картины акустических полей для разных гидрологических условий. Отметим, что увеличение параметра z_1 приводит к разрушению фокусировки вблизи дна, вследствие чего эффективная засветка оси подводного звукового канала также перестает наблюдаться.

Дефокусировка акустического поля хорошо проявляется в структуре функции Хусими (рис. 4). При $z_1 = 30$ м она сфокусирована в окрестности пучка, скользящего вдоль оси глубоководного звукового канала. В то же время функция Хусими в случае $z_1 = 55$ м содержит несколько локальных ярких пятен, которые соответствуют лучевым пучкам с существенно различающейся формой траектории.

Более явно зависимость степени фокусировки от глубины термоклина продемонстрирована на рис. 5, где представлены зависимости фазового объема и ширины углового спектра акустического поля от расстояния. Обе эти характеристики спадают на малых расстояниях, что связано с фильтрацией быстро

затухающих мод волновода. Дальнейшее поведение кривых сильно зависит от глубины термоклина. При малых глубинах термоклина кривые сходятся друг к другу при достаточно малых значениях фазового объема и ширины углового спектра, что согласуется с картиной эффекта оползня. Отметим, что, достигнув минимального значения, фазовый объем становится практически постоянным вплоть до выхода пучка в глубокое море, когда фазовый объем несколько вырастает. Данное обстоятельство можно трактовать как следствие теоремы Лиувилля, предписывающей сохранение фазового объема в гамильтоновых системах. В то же время ширина углового спектра демонстрирует некоторое снижение на всей рассматриваемой дистанции, в том числе и на глубоководном участке.

Совсем иная картина наблюдается при больших глубинах термоклина. Обе рассматриваемые характеристики, и фазовый объем, и ширина углового спектра, сильно осциллируют вдоль трассы, чередуя зоны фокусировки и дефокусировки. При попадании акустического пучка в глубокий океан происходит резкий рост фазового объема, сигнализирующий о сильном пространственном уширении пучка.

При понижении частоты акустического сигнала фокусировка вблизи дна несколько ослабляется, что свидетельствует о лучевой природе данного эффекта. Данные, полученные для частоты 100 Гц, показывают значительное снижение степени фокусировки (рис. 1), кроме того, что при попадании в глубокий океан пучок демонстрирует осцилляции в окрестности оси подводного звукового канала, что указывает на ослабленную засветку оси канала по сравнению со случаем 300 Гц.

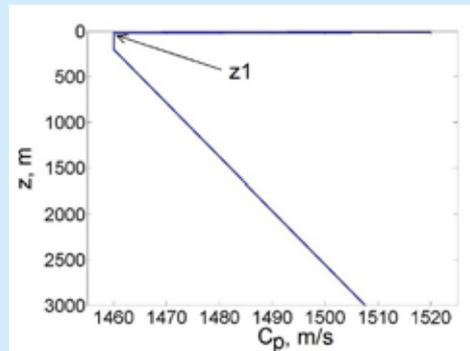
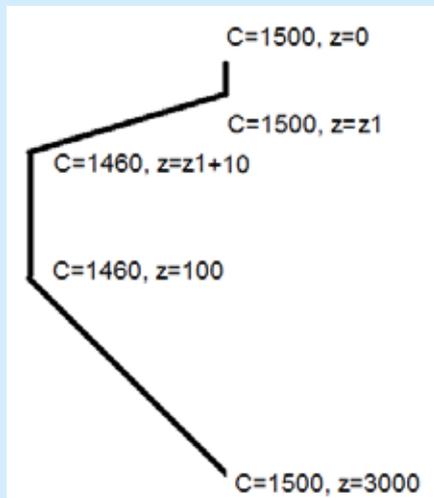


Рис. 2. Профиль скорости звука в водном слое

Рис. 3. Акустическое поле в модельном волноводе в случае тонального сигнала с частотой 300 Гц

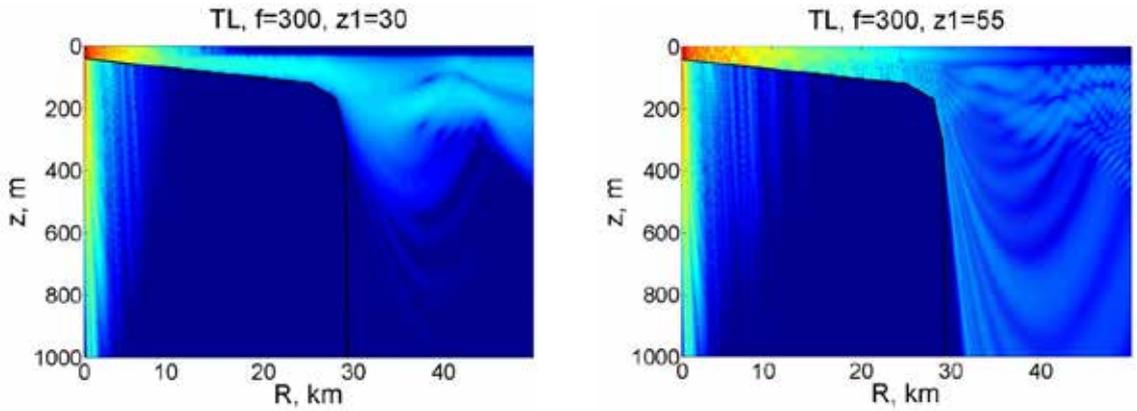


Рис. 4. Функция Хусими акустического поля на расстоянии 30 км от источника, что соответствует глубоководной части волновода

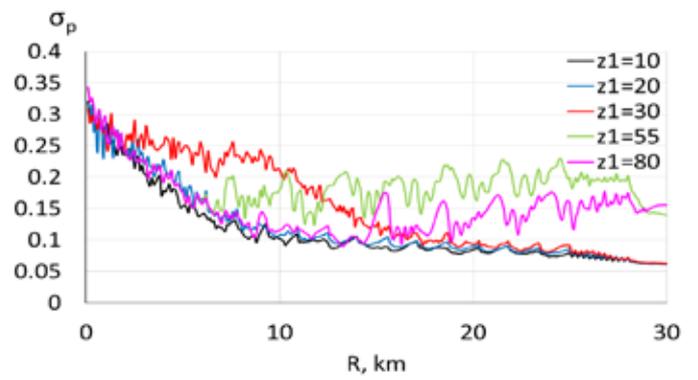
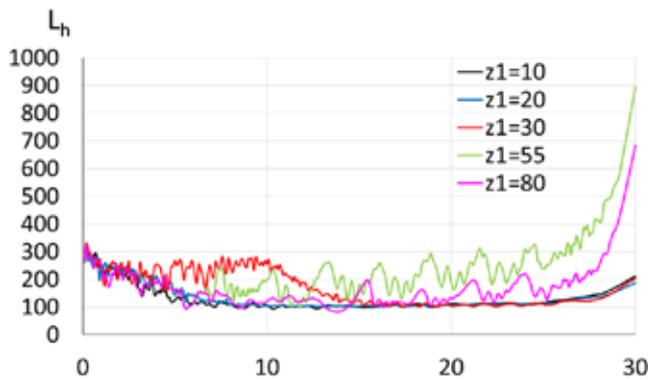
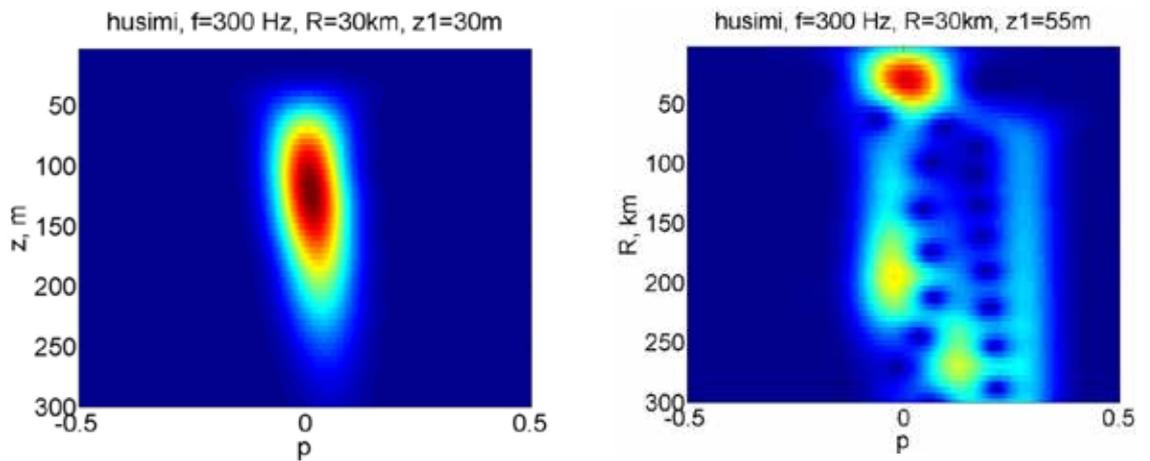
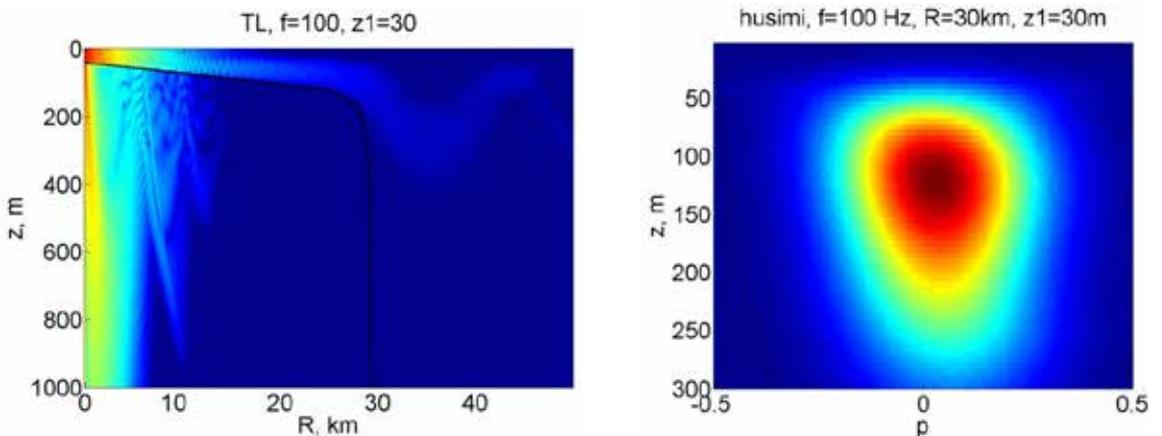


Рис. 5. Зависимость фазового объема (верхняя панель) и ширины углового спектра (нижняя панель) от расстояния для различных положений верхней границы пикноклина

Рис. 6. Пространственная структура акустического поля (верхняя панель) и функция Хусими на расстоянии 30 км от источника (нижняя панель) для акустического сигнала с частотой 100 Гц



Заключение

В представленной работе исследовано влияние профиля скорости звука на мелководном участке акустического волновода на степень фокусировки звука вблизи дна. О последнем мы можем судить как по фазовому объему и ширине углового спектра, так и по степени засветки оси глубоководного звукового канала, которая наступает, когда акустический пучок минует область свала глубин. Полученные результаты свидетельствуют о том, что с усилением прогрева океана, в данном случае проявляющегося в заглублении термоклина, условия для фокусировки могут резко ухудшиться. Данное обстоятельство, по всей

видимости, связано с тем, что заглубление термоклина уменьшает эффективную ширину придонного звукового канала, тем самым уменьшая долю лучей, испытывающих отражение от наклонного дна наиболее часто. Лучевая природа эффекта фокусировки подтверждается сравнением данных, полученных для разных частот.

Работа выполнена в рамках госбюджетных тем ТОИ ДВО РАН «Моделирование разномасштабных динамических процессов в океане» (№ 0211-2021-0009) и «Изучение фундаментальных основ возникновения, развития, трансформации и взаимодействия гидроакустических, гидрофизических и геофизических полей Мирового океана» (№ ААА-А-А20-120021990003-3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Petrov P.S., Petrov P.N. Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a shallow sea with the bathymetry described by a parametric quadratic function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. Vol. 146. P. 1943–1952.
2. Petrov P.S., Ehrhardt M., Tyschenko A.G., Petrov P.N. Wide-angle mode parabolic equations for the modelling of horizontal refraction in underwater acoustics and their numerical solution on unbounded domains // *J. Sound Vib.* 2020. Vol. 484. 115526.
3. Petrov P.S., Katsnelson B.G. Whispering gallery waves near circular isobaths in shallow water // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2018. Vol. 146. P. 1968–1981.
4. Tappert F.D., Spiesberger J.L., Wolfson M.A. Study of a localized novel range-dependent propagation effect with application to the axial injection of signals from the Kaneohe source // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2002. Vol. 111. P. 757–762.
5. Northrop J., Loughbrid M.S., Werner E.W. Effect of near-source bottom conditions on long-range sound propagation in the deep ocean // *J. Geophys. Res.* 1968. Vol. 73, No. 12. P. 3905–3908.
6. Dosso S.E., Chapman N.R. Measurement and modelling of downslope acoustic propagation loss over a continental slope // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1987. Vol. 81/ P. 258–268.
7. Вагин А.В., Горская Н.В., Микрюков А.В. Звуковое поле в клине при отрицательном градиенте // *Вопросы судостроения. Сер. Акустика.* 1978. № 11. С. 20–28.
8. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. Л. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 369 с.
9. Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н. Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56, № 1. С. 51–52.
10. Рутенко А.Н., Козицкий С.Б., Манульчев Д.С. Влияние наклонного дна на распространение звука // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61, № 1. С. 76–89.
11. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С. Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65, № 5. С. 641–649.
12. Луньков А.А., Шерменева М.А. Спадание средней интенсивности звукового поля в мелководных волноводах с наклонным дном // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65, № 5. С. 630–640.
13. Вировлянский А.Л., Окомелькова И.А. Лучевой подход для расчета сглаженного по угловым и пространственным масштабам локального спектра поля в волноводе // *Изв. ВУЗов. Радиофизика.* 1997. Т. 40, № 12. С. 1542–1554.
14. Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M. Evaluation of the smoothed interference pattern under conditions of ray chaos // *Chaos.* 2000. Vol. 10, No. 1. P. 211–223.
15. Шляйх В. П. Квантовая оптика в фазовом пространстве. М.: Физматлит, 2005. 756 с.
16. Bala Sundaram, Zaslavsky G.M. Wave analysis of ray chaos in underwater acoustics // *Chaos.* 1998. Vol. 9. P. 483–492.
17. Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M. Wave chaos and mode-medium resonances at long-range sound propagation in the ocean // *Chaos.* 2004. Vol. 14, No. 2. P. 317–332.
18. Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Edelman M., Zaslavsky G.M. Chaos-induced intensification of wave scattering // *Physical Review E.* 2005. Vol. 72, No. 2. 026206.
19. Kon'kov L.E., Makarov D.V., Sosedko E.V., Uleysky M.Yu. Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76, No. 5. 056212.
20. Макаров Д.В., Коньков Л.Е. Хаотическая диффузия при распространении звука в подводном звуковом канале // *Нелинейная динамика.* 2007. Т. 3, № 2. С. 157–174.
21. Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu. Wave chaos in underwater acoustics // *J. Siber. Fed. Univ.* 2010. Vol. 3, No. 3. P. 336–348.
22. Макаров Д.В., Коньков Л.Е. Угловая структура акустических импульсов в горизонтально-неоднородном подводном звуковом канале // *Техническая акустика.* 2016. № 3. 8 с.
23. Макаров Д.В. Об измерении углов прихода с помощью вертикальной антенны // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63, № 6. С. 637–645.
24. Макаров Д.В., Холмогоров А.О., Шакиров Р.Б. Влияние поправок на распространение низкочастотного звука в мелком море // *Подводные исследования и робототехника.* 2021. № 4 (38). С. 60–69.
25. Sugita A., Aiba H. Second moment of the Husimi distribution as a measure of complexity of quantum states // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65, No. 5. 036205.
26. Самченко А. Н., Кошелева А. В. Особенности поля скорости звука в прибрежной зоне Японского моря (залив Петра Великого) // *Вестн. ДВО РАН.* 2012. № 6. С. 108–113.
27. Самченко А. Н., Швырев А. Н., Пивоваров А. А., Коротченко Р. А. Распространение низкочастотного акустического сигнала в мелком море с учетом влияния неоднородностей в донных осадках // *Подводные исследования и робототехника.* 2011. № 2 (12). С. 52–56.
28. Collins M. D. A split-step pade solution for the parabolic equation method // *J. Acoust. Soc. Am.* 1993. Vol. 93. P. 1736–1742.

Об авторах

ФЕРШАЛОВ Михаил Юрьевич, к.т.н., зав. лабораторией акустического зондирования океана.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева Дальневосточного отделения Российской академии наук.

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская 43.

Круг научных интересов: акустика океана, распространение акустических волн, математическое моделирование, геоакустическая инверсия

E-mail: mfershalov@poi.dvo.ru

Телефон: 8(904)6281317

ORCID: 0000-0001-8184-1941

ПЕТРОВ Павел Сергеевич, д.ф.-м.н., зав. лабораторией геофизической гидродинамики.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева Дальневосточного отделения Российской академии наук.

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская 43.

Круг научных интересов: акустика океана, уравнения в частных производных, математическое моделирование, метод параболического уравнения

E-mail: petrov@poi.dvo.ru

Телефон: 8(914)9602192

ORCID: 0000-0002-0087-6681

МАКАРОВ Денис Владимирович, д.ф.-м.н., зам. директора по научной работе.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева Дальневосточного отделения Российской академии наук.

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская 43.

Круг научных интересов: акустика океана, теория нелинейных колебаний и волн, квантовая оптика, статистическая радиофизика, теория хаоса

E-mail: makarov@poi.dvo.ru

Телефон: 8(950)2839293

ORCID: 0000-0002-2568-8927

Для цитирования:

Фершалов М.Ю., Петров П.С., Макаров Д.В. О ФОКУСИРОВКЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ НАКЛОННОГО ДНА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ // Подводные исследования и робототехника. 2022. № 2 (40). С. 65–73. DOI: 10.37102/1992-4429_2022_40_02_07. EDN: XBJLIC.

