

ОШИБКИ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ ОПИСАНИИ ПОТЕРЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ АРКТИЧЕСКОГО ТИПА С ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ

О.Э. Гулин, И.О. Ярощук

Для интенсивности низкочастотного звукового сигнала, распространяющегося в волноводе мелкого моря с шероховатой донной границей, на основе локально модового подхода выполнено сравнение результатов описания в рамках адиабатической теории и метода однонаправленного распространения (ОР). Исследование проведено для условий распространения звука, соответствующих шельфовым зонам российских арктических морей, а также Японского моря в зимний период. Сравнение выполнено для шероховатой донной границы с разными масштабами случайных нерегулярностей и разными отражательными способностями. Представлена количественная оценка того, какие ошибки влияния батиметрии, нерегулярной вдоль трассы распространения, на интенсивность звука следует ожидать в рамках адиабатического приближения. В частности показано, что ошибки адиабатического описания растут с уменьшением характерного масштаба флуктуаций шероховатостей. Как следствие при относительно небольших масштабах нерегулярностей адиабатическое приближение приводит к той или иной степени искажения картины интенсивности распространяющегося в волноводе сигнала. Кроме того, в случае многомодовых волноводов с выраженной интерференцией мод наблюдаются значительные расхождения между результатами адиабатического описания и метода ОР на локальных участках дистанции, где формируются минимумы осцилляций интенсивности.

Ключевые слова: нерегулярный мелководный волновод арктического типа, случайно-шероховатая донная граница, локально-модовый подход, адиабатическое приближение, метод однонаправленного распространения.

Введение

В настоящей работе рассмотрен один из аспектов классической проблемы рассеяния волн на шероховатой поверхности [1–3], который касается приближенных методов анализа влияния шероховатой поверхности границы раздела вода – жидкие донные осадки на потери интенсивности низкочастотного звукового сигнала при распространении в нерегулярном волноводе мелкого моря [4]. Под нерегулярным (по сравнению с регулярным, или слоистым) мы понимаем такую модель волновода, в которой присутствует зависимость параметров среды от горизонтальных координат. Для диапазона низких частот и модового представления решения одним из широко распространенных приближений является адиабатическое

[4–7]. По сути, оно означает непосредственное переложение теории распространения волн в слоистых средах [8] на описание полей в нерегулярных двумерных (2D) волноводах. В последнее десятилетие переход к адиабатическому приближению в силу своей простоты стал также распространенным способом подходящим образом сформулировать для численного анализа трехмерно-неоднородную (3D) задачу [7, 9–14]. С этой целью в исходном трехмерном уравнении для акустического давления авторы, переходя к модовому описанию, избавляются от вертикальной координаты, пренебрегая членами, отвечающими за взаимодействие мод в вертикальных сечениях, и рассматривают приближенное (адиабатическое) двумерное уравнение рефракции (уравнение Гельмгольца) для исследования волновых процессов в гори-

зонтальной плоскости. Проблема, однако, состоит в том, что область применимости такого приближения далеко не всегда позволяет установить особенности распространения, которые присущи нерегулярным волноводам в рамках исходной постановки задачи и которые обусловлены наличием в точных уравнениях отбрасываемых членов. Такое приближенное описание для волноводов с реальными параметрами зачастую приводит не только к заметным (иногда большим) количественным ошибкам, но может и качественно изменять картину волновых явлений. Этим вопросам в современной научной литературе, на наш взгляд, уделено недостаточно внимания. В настоящей работе рассмотрен один из примеров подобных явлений, связанный с присутствием в волноводе мелкого моря случайно-шероховатой (неровной) границы раздела вода – донные осадки. Показано, что для крупно- и мелкомасштабных флуктуаций батиметрии такого волновода адиабатическое приближение может приводить к совершенно неверным результатам при описании затухания интенсивности низкочастотных сигналов.

Как известно, распределение интенсивности поля вдоль трассы описывает энергетические потери при распространении сигнала в случайно-неоднородной среде мелкого моря. Настоящее исследование выполнено на основе численного моделирования интенсивности звукового поля в локально-модовом представлении. Для демонстрации результатов рассмотрены отдельно взятые реализации поля. При этом решение для отдельных реализаций случайных параметров волновода получается на основе универсального подхода, ранее разработанного в [15–21]. В рамках этого подхода амплитуды мод ищутся путем переформулировки краевой задачи для соответствующих исходных уравнений акустики в причинные уравнения первого порядка. Без приближений они могут быть численно проинтегрированы стандартными методами, например, Рунге–Кутты. Кроме того, в приближении рассеяния вперед или однонаправленного распространения (ОР) решение для отдельных мод, составляющих поле в волноводе, может быть записано в аналитическом виде на каждом шаге вычислений.

■ Математическая формулировка задачи. Модовое представление решения

Примем аксиально-симметричную постановку задачи: (r, z) – координаты цилиндрической системы, точечный источник излучения расположен в водной среде мелкого моря при $r = 0, z = z_0 \in (0, H)$. Звуко-

вое поле частоты ω в морском волноводе с негоризонтальной донной границей раздела $H(r)$, скоростью звука $c(r, z)$ и плотностью $\rho(r, z)$ описывается линейными уравнениями акустики первого порядка для полей звукового давления $p(r, z)$ и компонент колебательной скорости жидких частиц: $w(r, z)$ – вертикальной и $v(r, z)$ – горизонтальной:

$$\frac{\partial p(r, z)}{\partial z} = i\omega\rho(r, z)w(r, z), \quad \frac{\partial p(r, z)}{\partial r} = i\omega\rho(r, z)v(r, z),$$

$$\rho(r, z) \left[\frac{\partial w(r, z)}{\partial z} + \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) v(r, z) \right] - \frac{i\omega}{c^2(r, z)} p(r, z) = \frac{i\delta(r)\delta(z - z_0)}{\omega r}. \tag{1}$$

К уравнениям (1) формулируются соответствующие граничные условия на поверхности и дне волновода. На свободной горизонтальной поверхности моря, расположенной при $z = 0$, граничное условие $p(r, 0) = 0$. Далее будем рассматривать модель среды волновода, включающую водную толщу, $0 \leq z < H(r)$, и подстилающее полупространство жидких осадков, $z \geq H(r)$. Условие на донной границе раздела H вода – полупространство жидких осадков соответствует непрерывности давления p и компоненты скорости жидких частиц v_n , нормальной к границе $H(r)$: $v_n(r, H-0) = v_n(r, H+0)$, $v_n(r, H) = [w^2(r, H) + v^2(r, H)]^{1/2}$, $n \perp H(r)$ (рис. 1). Также подразумевается выполнение условия излучения при $(r, z) \rightarrow \infty$, которое исключает из рассмотрения волны, приходящие из бесконечности. Согласно методу поперечных сечений (локальных мод) [4, 6, 7, 22] решение (1) с озвученными условиями в низкочастотном диапазоне целесообразно искать с помощью сходящихся разложений по локальным модам (модам волновода сравнения в каждом r -сечении), число которых для расчетов из физических соображений всегда ограничено ($m = 1, 2..M$):

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^M G_m(r) \phi_m(r, z);$$

$$w(r, z) = [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M G_m(r) \partial\phi_m(r, z) / \partial z;$$

$$v(r, z) = [i\rho(r, z)\omega]^{-1} \sum_{m=1}^M F_m(r) \phi_m(r, z). \tag{2}$$

Условием применимости разложений (2) является сходимость модовых рядов, позволяющая придать этим разложениям смысл и, в частности, выполнять операции почленного дифференцирования [22]. В (2) под знаками сумм входят модовые амплитуды $G_m(r)$, $F_m(r)$, а также локальные собственные функции $\phi_m(r, z)$ задачи Штурма–Лиувилля. Последние удовлетво-

ряют уравнению и граничным условиям на поверхности и дне океана в r -сечениях волновода:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_m(r, z) + [k^2 - \kappa_m^2(r)] \varphi_m(r, z) = 0, \quad \varphi_m(r, 0) = 0, \quad \varphi_m(r, H) + g_m(r) \varphi'_m(r, H) = 0. \quad (3)$$

В (3) $\varphi'_m(r, H) = (\partial \varphi_m(r, z) / \partial z)|_{z=H}$, $\kappa_m(r)$ – собственные значения, $k = \omega/c$, $g_m(r)$ характеризует импеданс проницаемого дна в виде поглощающего полупространства осадков при $z \geq H(r)$, а шероховатая граница $H(r)$, разделяющая слой воды и донные осадки, в общем случае задается реализациями случайной функции. При этом собственные значения $\kappa_m(r)$, собственные функции $\varphi_m(r, z)$ и локальные моды волновода $G_m(r) \varphi_m(r, z)$, $F_m(r) \varphi_m(r, z)$ также становятся случайными функциями r . Условие на границе раздела $H(r)$ вода – жидкие осадки, записанное в (3) через функцию импеданса $g_m(r)$, соответствует непрерывности давления и вертикальной компоненты скорости моды при пересечении границы: $\varphi_m(r, H-0) = \varphi_m(r, H+0)$, $\varphi'_m(r, H-0)/\rho(r, H-0) = \varphi'_m(r, H+0)/\rho(r, H+0)$ и $\varphi_m(r, z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$. В то же время для полного акустического поля, описываемого уравнениями (1), как было акцентировано выше, должно выполняться условие непрерывности не вертикальной, а нормальной к границе раздела H компоненты скорости v_n . Данное несоответствие граничных условий для задач (1) и (3) приводит к тому, что большая часть приближенных методов, используемых при численном моделировании модового распространения звука в нерегулярных волноводах, содержит ошибки из-за неправильного условия на границе раздела в случае ее негоризонтального характера [22]. В настоящей работе на примере адиабатического приближения будет показано, к чему подобные ошибки могут приводить.

■ Уравнения метода поперечных сечений для амплитуд мод и приближение ОР

Будем далее считать, что часть волновода с нерегулярной (случайной) батиметрией сосредоточена в произвольной горизонтальной области справа от источника звука $0 < L < r < L_0$. Для вектора модовых амплитуд $\vec{G}(r) = \{G_m(r)\}^T$, $m = 1, \dots, M$ справедливы следующие уравнения погружения в замкнутом виде, которые в точности эквивалентны исходным уравнениям метода поперечных сечений для амплитуд мод, вытекающим из (1)–(3) [23–25]:

$$\vec{G}(r) = G(r; L) \vec{b}(L), \quad \frac{\partial}{\partial L} G(r; L) = G(r; L) C(L), \quad G(r; L)|_{L=r} = G(r; r), \quad (4)$$

$$\frac{dG(L; L)}{dL} = 2i\kappa(L) - [i\kappa(L) + V(L)]G(L; L) + G(L; L) C(L), \quad G(L_0; L_0) = E, \quad (5)$$

$$C(L) = -i\kappa(L) + \kappa^{-1}(L)[\kappa'(L) - V^T(L)\kappa(L)] + [V(L) + \kappa^{-1}(L)V^T(L)\kappa(L) - \kappa^{-1}(L)\kappa'(L)]G(L; L)/2.$$

В (4)–(5) L – переменный параметр положения границы нерегулярной среды, $G(r; L) \equiv G(r)$ – квадратная матрица размера $M \times M$, подлежащая определению, $\vec{b}(L)$ – вектор-столбец амплитуд падающих мод в сечении $r = L$ нерегулярной среды с M элементами $b_m(L) = \varphi_m(0, z_0) \kappa_m^{-1/2}(L) \exp[i\kappa_m(L)L]$, $\kappa(r)$ – диагональная матрица $\kappa_m(r)$, $\kappa'(r)$ – диагональная матрица производных $\kappa'_m(r)$, E – единичная матрица. Также в (4)–(5) $V(r)$ – матрица с элементами $V_{mn}(r) = \int_0^\infty \frac{\varphi_m(r, z)}{\rho(r, z)} \frac{\partial \varphi_n(r, z)}{\partial r} dz$, $V^T(r)$ – транспонированная матрица с элементами V_{nm} . Имея в виду для исследования волновую область источника $|\kappa_m r| \gg 1$ (в наших примерах это означает $r > 10$ м), в амплитудах падающих мод $b_m(L)$ выше сделан переход от цилиндрических функций к экспоненциальным, и разложение (2) для $p(r, z)$ заменяем на $p(r, z) = i[8\pi i]^{-1/2} r^{-1/2} \sum_{m=1}^M G_m(r) \varphi_m(r, z)$. Матричное уравнение Риккати (5) описывает матрицу $R(L; L)$ амплитуд мод обратно-рассеянного поля в сечениях среды: $R(L; L) = G(L; L) - E$ [23]. Далее считаем, что флуктуации батиметрии волновода относительно невелики, а их характерные масштабы превышают длину волны звука. В такой ситуации для значимых мод в исследуемой задаче $|R_{mn}(L)| < 10^{-2}$, то есть обратно-рассеянное поле мод в волноводе мало и им можно пренебречь с достаточной точностью. В этом случае в каждом сечении волновода $G(L; L) \approx E$ ($R_{mn}(L) \approx 0$) и, следовательно, справедливо приближение однонаправленного распространения ОР, которое дается решением уравнения (4) с условием $G(r; r) = E$. Обратим внимание, что при этом решением уравнения (4) в транспонированном виде является матрицант [26]. Он допускает экспоненциальное представление решения (через матричную экспоненту), если на каждом шаге вычислительной процедуры аппроксимировать $C(L)$ по трассе распространения постоянной матрицей (тогда на всем интервале матрицант представляется произведением экспонент). С точки зрения модельных расчетов это позволяет упростить алгоритм и значительно повысить скорость вычислений по сравнению с численным интегрированием дифференциальных уравнений (4) [23].

Матрицы $V(r)$ и $V^T(r)$ описывают межмодовое взаимодействие из-за горизонтальных изменений,

вызванных случайной шероховатостью донной границы H . Важно заметить, что для того, чтобы посредством рядов (2) удовлетворялось требуемое к уравнению (1) граничное условие непрерывности нормальной к границе $H(r)$ компоненты скорости, в уравнениях (4)–(5) должна фигурировать матрица $V^T(r)$. Она получается при выводе уравнений метода поперечных сечений для амплитуд мод в средах с переменной плотностью, например на основании соотношения

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty \left(\frac{1}{\rho(r, z)} \right) \varphi_m(r, z) \varphi_n(r, z) dz = \\ = V_{mn}(r) + V_{nm}(r) + \\ + \int_0^\infty \varphi_m(r, z) \varphi_n(r, z) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho(r, z)} \right) dz \equiv 0, \end{aligned}$$

[17, 22, 23], где в левой части стоит производная по r нормировки собственных функций по полупространству среды (дельта Кронекера). Именно наличие матрицы $V^T(r)$ обеспечивает правильный учет непрерывных вариаций границы раздела $H(r)$ (допустимы и кусочно-непрерывные вариации малой амплитуды) со скачкообразным изменением плотности при переходе через границу. В [22] показано, что это также соответствует принципу взаимности и закону сохранения энергии в акустическом поле. В связи с вышесказанным существенно, что для волноводов с переменной плотностью и неровной донной границей известные приближенные методы правильно не описывают граничное условие на неровной границе раздела $H(r)$. К ним относятся адиабатическое приближение, когда полностью игнорируется взаимодействие мод $V_{mn} = 0$ [5, 7], метод плавных возмущений в форме ВКБ [4], не учитывающий в уравнениях поперечных сечений матрицу $V^T(r)$, и метод параболического уравнения как в модовом, так и в спектральном представлении [22, 27, 28]. Данные приближения хорошо работают, только если плотность среды и границы раздела в волноводе не меняются в горизонтальном направлении. Так происходит, например, при исследовании влияния нерегулярностей скорости звука $c(r, z)$ в среде. В этом случае матрица $V(r)$ становится кососимметрической: $V_{mn}(r) = -V_{nm}(r)$, $V_{mm} = 0$ [21, 24], а уравнения (4)–(5) упрощаются за счет вида матрицы $C(L)$ [23]. Заметим также, что неправильный учет матрицы $V^T(r)$ в уравнениях поперечных сечений для модовых амплитуд в волноводе с абсолютно жесткой неровной донной границей, привел в работе

[16] к завышенным значениям при расчетах обратно рассеянного поля.

Вычисляя поле звукового давления $p(r, z)$ согласно уравнениям (2)–(5), для каждой случайной реализации $H(r)$ нетрудно получить изменение интенсивности, или функцию потерь при распространении (с обратным знаком) звука вдоль трассы в нерегулярном волноводе:

$$\begin{aligned} I = |p|^2 = (8\pi r)^{-1} \sum_{m=1}^M |G_m|^2 |\varphi_m|^2 + \\ + (8\pi r)^{-1} \sum_{(m \neq n)} \sum_n G_m G_n^* (\varphi_m \varphi_n^*). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее для этой функции (6) приведены результаты моделирования.

■ Модель волновода мелкого моря

Для проведения численного анализа была осуществлена привязка к значениям параметров, которые характерны для шельфовых зон арктических морей, в частности, районов Карского моря [14, 29, 30] и шельфа Японского моря в зимний период. Рассматривался мелководный волновод, в котором происходит распространение тонального звукового сигнала частоты 250 Гц (длина волны $\lambda = 6$ м). Волновод имеет среднюю глубину $\langle H(r) \rangle = 40$ м, горизонтальную поверхность и случайно шероховатое дно. В водном слое однородные профили скорости звука $c = 1460$ м/с и плотности $\rho = 1.023$ г/см³. Дно $z \geq H(r)$ представляет собой жидкое поглощающее полупространство неконсолидированных осадков с показателем преломления на границе раздела вода – дно $n = (c/c_1)(1 + i\beta_1)$. В донных осадках, следуя данным измерений, приведенным в [14, 29], задаем импеданс посредством плотности, $\rho_1 = 1.85$ г/см³, поглощения $\beta_1 = 0.02$ (≈ 1 дБ/λ) и скорости звука c_1 .

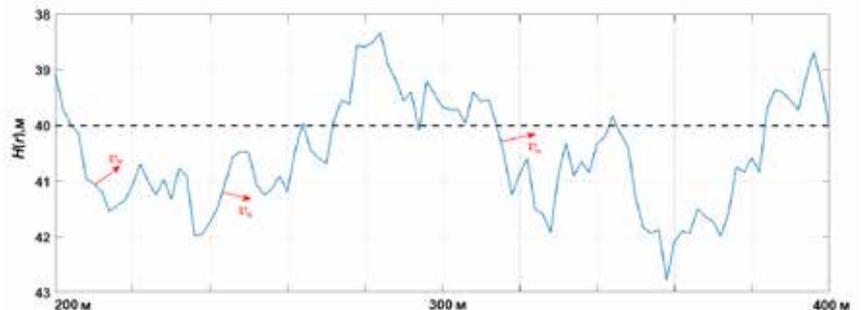


Рис. 1. Иллюстрация к модели волновода. 200-метровая часть случайной реализации флуктуаций $dh(r)$ границы раздела $H(r)$ волновода ($L_n = 20$ м). Штриховой линией показана средняя глубина волновода. Красными стрелочками схематично показана скорость u_n , нормальная к локальным участкам границы раздела, для которой ставится условие непрерывности

Случайные шероховатости границы раздела вода – осадки $\delta h(r)$, $H(r) = \langle H \rangle + \delta h(r)$ (см. рис. 1), полагаем гауссовым случайным процессом с экспоненциальной корреляционной функцией: $B_h(r_2 - r_1) = \sigma_h^2 \exp(-|r_2 - r_1|/L_h)$. Интенсивность флуктуаций задавалась величиной $\sigma_h^2 = \langle (\delta h)^2 \rangle = 1 \text{ м}^2$, $\sigma_h \ll H$ [4,28]. Важный параметр L_h является характерным масштабом изменения батиметрии $H(r)$, и, как указывалось выше, $L_h > \lambda$, $L_h \gg \sigma_h$. При постоянной скорости звука в водном слое и донных осадках функция импеданса $g_m(r)$ в граничном условии к уравнениям (3) определяется своими локальными значениями в поперечных сечениях волноводов сравнения Пекериса: $g_m(r) = i\rho_1(r)\rho^{-1} [k^2 n^2 - \kappa_m^2(r)]^{-1/2}$, или, если $c = c(z)$, любых иных волноводов сравнения.

1. Сравнительный анализ интенсивности поля в мелководных волноводах с масштабом шероховатости границы $L_h = 20 \text{ м}$

Численное моделирование интенсивности (6) было выполнено для мелководного волновода с двумя типами шероховатой границы: сильно проницаемой (водоподобного типа) и хорошо отражающей. Сначала рассмотрим сильно проницаемую шероховатую границу раздела с $c_1 = c = 1460 \text{ м/с}$, часто присутствующую на участках шельфа арктических морей, имеющих газонасыщенность в донных осадках [14, 30].

1.1. Волновод с сильно проницаемой донной границей

Характерный масштаб изменения $H(r)$ выбирался $L_h = 20 \text{ м}$, что соответствует нерегулярностям границы раздела достаточно небольшого масштаба: $L_h \approx 3.3 \lambda$. В плане типа мод осуществлялась привязка к разрезу Пекериса на комплексной плоскости волновых чисел $\kappa(r)$, так что квадратный корень в $g_m(r)$, $[k^2 n^2 - \kappa_m^2(r)]^{-1/2}$ должен пониматься в смысле главного значения [30, 31]. В рассматриваемом случае сильно проницаемой донной границы среди мод дискретного спектра волновода нет распространяющихся, все моды относятся к вытекающим (в том числе квазимодам [8, 31]). Их собственные значения κ_m комплексны и, кроме пер-

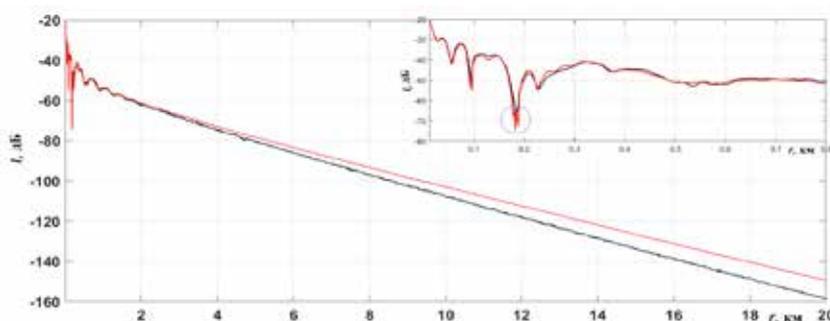


Рис. 2. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на дистанции 0.01+20 км в произвольной реализации флуктуаций $dh(r)$ водоподобной донной границы волновода, $L_h = 20 \text{ м}$. На графике: черная кривая – ОР (приближение рассеяния вперед), красная кривая – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 24 \text{ м}$. Правый верхний угол – картина на начальном отрезке распространения сигнала

вого $\kappa_1(r)$, имеют значительную мнимую часть. При расчетах отдельных реализаций поля принимались во внимание 8 мод, определяющих звуковое поле на дистанциях $r > 10 \text{ м}$. Ниже на рисунках 2, 3 представлены сравнительные результаты расчетов. Хорошо видно, что для водоподобной шероховатой границы раздела интенсивность в адиабатическом приближении, показанном красной кривой, местами заметно отличается от более точного приближения ОР, учитывающего межмодовое взаимодействие через матрицы $V(r)$, $V^T(r)$. Для точек источника и наблюдения, расположенных в срединной части водного слоя, в области максимального значения для вертикального распределения первой моды $|\varphi_{m=1}(z)|$ (рис. 2) отличие в интерференционной картине интенсивности на первом километре дистанции составляет от нескольких децибел до 9–10 дБ (диапазон расстояний $\approx 180\text{--}190 \text{ м}$ от источника показан кружком на рис. 2). При расположении источника и точки наблюдения вблизи дна (рис. 3) из-за суперпозиции мод интерференционная картина более выраженная, а отличие кривых интенсивности на первом километре дистанции может достигать 20 дБ (в диапазоне 0.4–0.5 км, показанном кружком на графике). С дальнейшим ростом рассто-

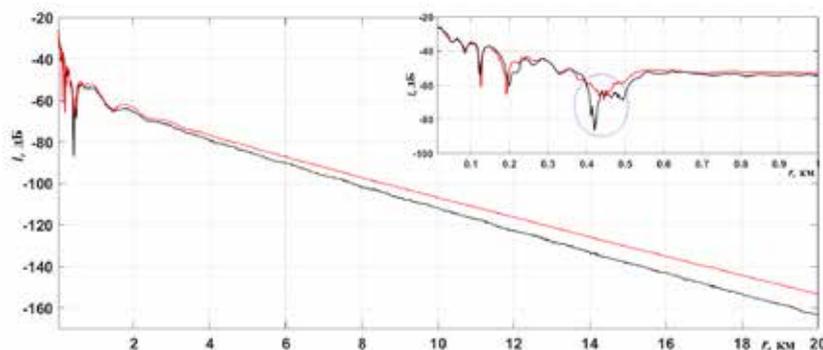


Рис. 3. Кривые аналогичны рис. 2, но расположение источника и приемника вблизи дна при $z_0 = 36$, $z = 32 \text{ м}$

яния, при $r > 1.5-2$ км, происходит переход к одномодовому распространению сигнала с постепенным увеличением расхождения кривых, обусловленным накапливающимся эффектом флуктуаций границы раздела, который в адиабатическом приближении не учитывается. К дистанции 20 км различие, даваемое сопоставляемыми методами, составляет 9.5–10 дБ. Такое растущее с дистанцией расхождение свидетельствует о качественном изменении закона спада интенсивности, что ранее также было установлено для статистической задачи [23,32].

1.2. Волновод с отражающей шероховатой донной границей

Для достаточно типичной в мелком море донной границы характерны значения скорости звука $c = 1460$ м/с, $c_1 = 1600$ м/с, $n \approx 0.91(1 + 0.02i)$, которые встречаются как в Арктике, так и в умеренных северных широтах, например, в шельфовых зонах Японского моря. Для границы с таким импедансом в водном слое волновода формируется 6 распространяющихся мод, взаимодействующих между собой из-за шероховатостей границы. При численном моделировании дополнительно к ним были учтены 6 вытекающих мод, что позволило адекватно рассмотреть звуковое поле, начиная с расстояний $r > 10$ м. Поскольку слабозатухающих мод по сравнению с предыдущим случаем становится много, картина интенсивности в волноводе характеризуется ярко выраженной осцилляционной структурой из-за межмодовой интерференции,

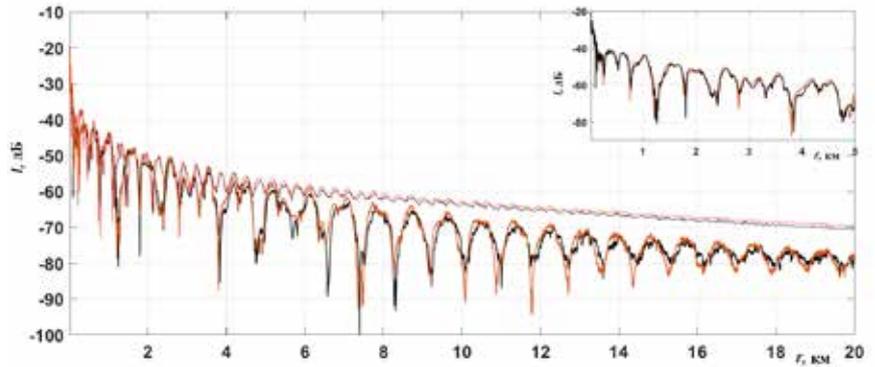


Рис. 5. Кривые аналогичны рис. 4, но расположение источника и приемника вблизи дна при $z_0 = 36, z = 36$ м. Менее осциллирующие кривые на графике, приведенные над жирными кривыми, соответствуют кривым рис. 4 ($z_0 = z = 24$ м)

которая присутствует не только на первых сотнях метров трассы, но и на более далеких дистанциях. В первую очередь это касается случая расположения точек источника и наблюдения около дна. Сопоставление кривых адиабатического приближения и ОР в ситуации шероховатой отражающей границы представлено на рисунках 4 и 5. Из них видно, что для первых километров дистанции отличие в 5–10 дБ становится частым в минимумах осциллирующих кривых, а для источника и приемника, расположенных возле донной границы (рис. 5), такое отличие встречается на большей части трассы распространения. При этом минимумы и максимумы интерференционной картины испытывают некоторое смещение друг относительно друга (в пределах десятков метров), что и увеличивает разницу уровней интенсивности в сечениях волновода. Однако следует заметить, что на дальних дистанциях, $16 \text{ км} < r < 20 \text{ км}$, различие уровней интенсивности составляет лишь 1–1.5 дБ по сравнению со случаем сильно проникаемой границы, гораздо медленнее возрастающая с расстоянием.

2. Спадание интенсивности сигнала в мелководных волноводах с масштабом шероховатости границы $L_h = 100$ м

Выполним теперь сравнительный анализ поведения интенсивности адиабатическим методом и методом ОР для шероховатостей границы раздела, которые имеют более крупный статистический масштаб $L_h = 100$ м, так что $L_h \gg \lambda$. В этом случае из-за более

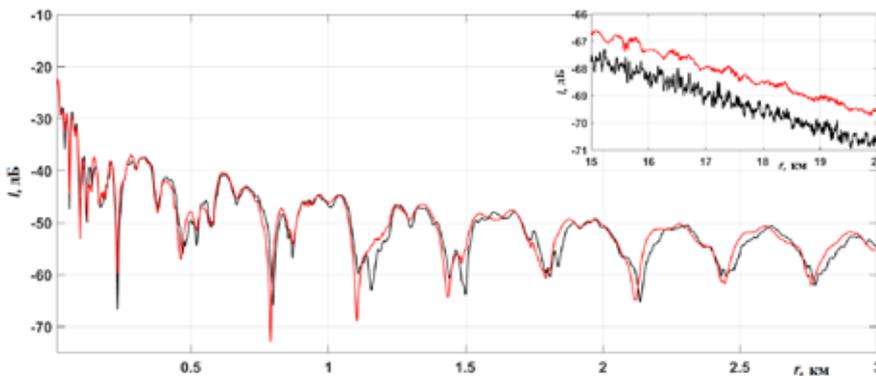


Рис. 4. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на дистанции 0.01–3 км в произвольной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ отражающей донной границы волновода, $L_h = 20$ м. На графике: черная кривая – ОР (приближение рассеяния вперед), красная кривая – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 24$ м. Правый верхний угол – картина на конечном отрезке распространения сигнала

плавных нерегулярностей границы следует ожидать лучшего соответствия результатов двух сопоставляемых методов.

2.1. Волновод с сильно проницаемой донной границей

На рис. 6 приведены кривые спада интенсивности звукового поля для произвольной реализации шероховатой границы водоподобного типа ($c_1 = c_2 = 1460$ м/с), аналогичные изображенным на рис. 2 с $L_h = 20$ м. Видно, что различие кривых на графиках наблюдается на первом километре дистанции. В минимумах интерференционной картины, как показано кружками на графиках, несоответствие уровней интенсивности может быть от нескольких децибел для $z_0 = z = 24$ м (кривые 1) до 20 дБ для горизонтов источника и приемника около дна (кривые 2). При $r > 1.5-2$ км для данной границы с высокой проницаемостью происходит переход к одномодовому распространению сигнала, и отличие адиабатики от ОР минимально (менее 1 дБ) по всей трассе $2 \text{ км} < r < 20 \text{ км}$. Качественного расхождения кривых с расстоянием в сравнении с рис. 2, 3 в этой ситуации ($L_h = 100$ м) не наблюдается.

2.2. Волновод с отражающей шероховатой границей

Аналогично предшествующему анализу рисунков 4 и 5 для границы с высокой степенью отражения имеем различие между кривыми интенсивности, которое из-за наблюдаемой многомодовой интерференции выражено гораздо сильнее, чем на рис. 6 для водоподобной границы. Так, рис. 7 для горизонта $z_0 = z = 24$ м показывает, что на интервале

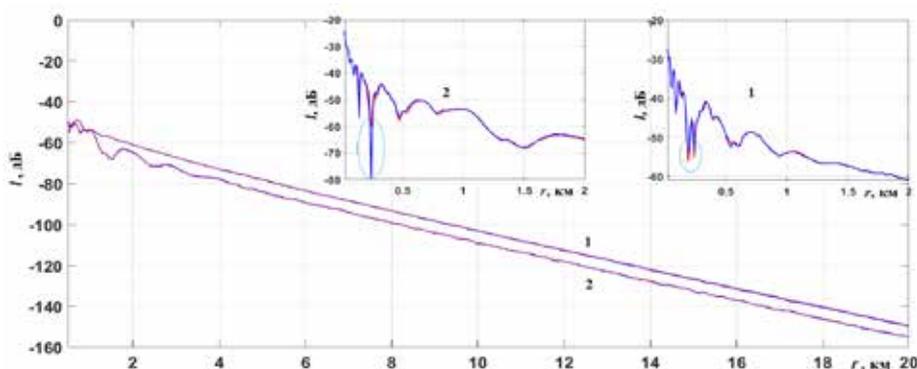


Рис. 6. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на дистанции 0.5–20 км в произвольной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ водоподобной донной границы волновода, $L_h = 100$ м. На графике: синяя кривая 1 – ОР (приближение рассеяния вперед), красная кривая 1 – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 24$ м; кривые 2 – соответственно ОР и «адиабатика» для $z_0 = z = 36$ м. Верхние вставки – подробная картина на начальном отрезке распространения сигнала 0.02–2 км для кривых 1 и 2

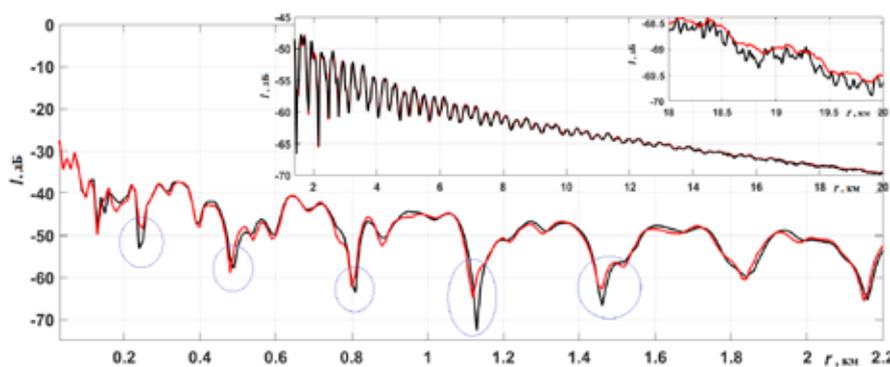


Рис. 7. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на разных участках дистанции в произвольной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ отражающей донной границы волновода, $L_h = 100$ м. На графике: черная кривая – ОР (приближение рассеяния вперед), красная кривая – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 24$ м. Правый верхний угол – картина на финальном отрезке распространения сигнала. Средняя вставка демонстрирует поведение интенсивности на большей части дистанции с постепенным «выглаживанием» интерференции

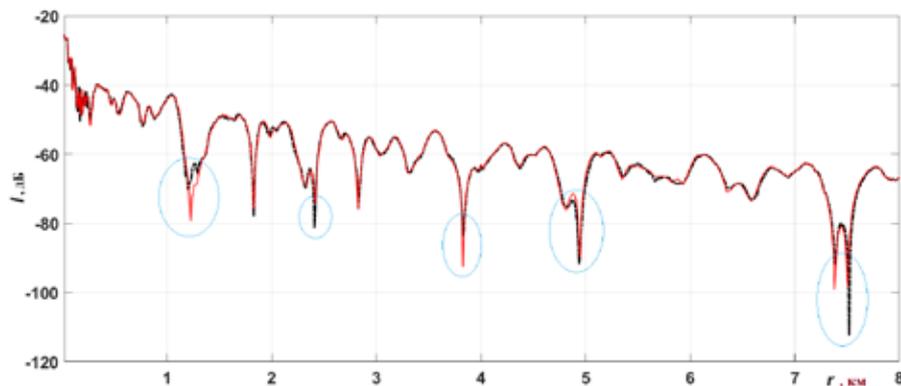


Рис. 8. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на начальном участке дистанции в произвольной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ отражающей донной границы волновода, $L_h = 100$ м. На графике: черная штриховая кривая – ОР (приближение рассеяния вперед), красная кривая – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 36$ м

Заключение

Ранее в работах [23, 25, 32] была рассмотрена статистическая задача распространения низкочастотного сигнала в нерегулярном волноводе с флуктуирующей донной границей. На основе статистического моделирования было установлено, что случайные шероховатости сильно проникаемой донной границы волновода по-разному возмущают интенсивность распространяющегося сигнала. Для крупномасштабных шероховатостей

статистический эффект возмущения интенсивности оказывается малозначимым вдоль всей трассы распространения, а результаты, полученные в адиабатическом приближении, отличаются от таковых в рамках метода ОР не более, чем на 1–1.5 дБ. Для мелкомасштабных флуктуаций границы раздела вода – донные осадки характерно более сильное влияние шероховатостей, приводящее к значительным энергетическим потерям сигнала с расстоянием (до 9–10 дБ на дистанции 20 км). Если же донная граница отражающая, то и для крупномасштабных, и для мелкомасштабных шероховатостей средняя интенсивность в волноводе возмущается лишь в слабой степени (не более, чем на 1 дБ). Данные выводы были получены на основе статистического моделирования и справедливы в среднем статистическом, то есть для функции интенсивности, усредненной по представительному ансамблю случайных реализаций. В настоящей работе мы рассмотрели закон спадания интенсивности сигнала в отдельно взятой реализации из статистического ансамбля и получили решение, по сути, детерминированной задачи о рассеянии звукового сигнала в волноводе на неровной границе раздела дно – жидкие осадки. Представляло интерес установить, насколько без каких-либо усреднений (статистического или по расстоянию) метод адиабатического приближения адекватен для описания рассеяния звука на нерегулярной границе по сравнению с методом ОР, который является практически точным в данной задаче ввиду малости обратного рассеяния. Оказалось, что расхождение между результатами сопоставляемых методов описания интенсивности поля в отдельно взятых реализациях действительно возрастает по сравнению со статистическими. Количественно наибольшие ошибки адиабатического приближения (5–20 дБ) фиксируются в многочисленных миниму-

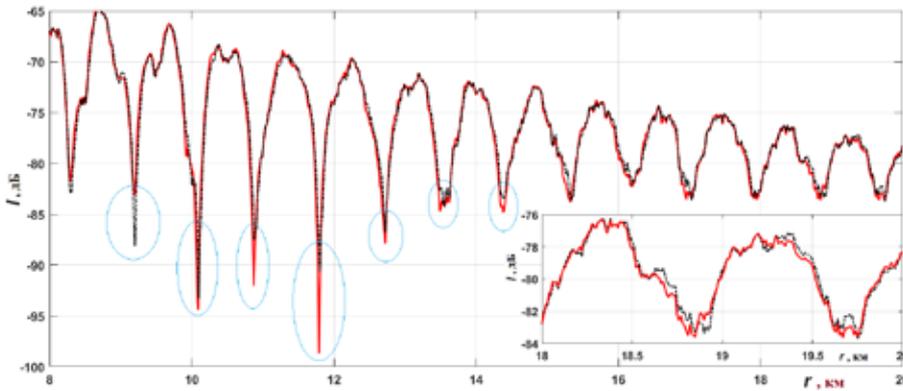


Рис. 9. Спадание интенсивности сигнала частоты 250 Гц на второй половине дистанции в произвольной реализации флуктуаций $\delta h(r)$ отражающей донной границы волновода, $L_b = 100$ м. На графике: черная штриховая кривая – ОР, красная кривая – адиабатическое приближение, $z_0 = z = 36$ м. Нижняя правая вставка – детальное описание кривых на последних километрах трассы

$0.1 \text{ км} < r < 2 \text{ км}$ фактически в области каждого минимума интенсивности уровни кривых отличаются на 3–10 дБ (показано кружками). Приблизительно после расстояний в 8–10 км интерференционная картина значительно выглаживается, а кривые ОР и «адиабатики» сближаются, к концу трассы отличаясь друг от друга на десятые доли децибела ($\approx 0.2\text{--}0.3$ дБ).

На заключительных рисунках 8 и 9 представлена картина поведения интенсивности около шероховатой границы, при $z_0 = z = 36$ м. Здесь более явно прослеживаются указанные выше закономерности. На интервале $0.1 \text{ км} < r < 14 \text{ км}$ в области каждого минимума интенсивности уровни кривых отличаются на 3–18 дБ (показано кружками), в то же время из-за сильной интерференции мод, которая наблюдается вплоть до расстояния $r = 20$ км, выглаживания интенсивности, подобного рис. 7, не происходит. Поэтому даже на конечном интервале дистанции различие уровней кривых ОР и «адиабатики» несколько больше (до 1 дБ), чем в предыдущем примере для горизонтов z_0, z , расположенных в срединной части водного слоя.

Таким образом, оказывается, что даже для сравнительно крупномасштабных шероховатостей границы, $L_h \gg \lambda$, в отдельно взятых случайных реализациях можно получить заметное расхождение между кривыми интенсивности звукового поля, которые соответствуют адиабатическому методу, игнорирующему взаимодействие между модами в волноводе, и методу однонаправленного распространения (ОР). Последний метод учитывает такое взаимодействие, а также правильное условие непрерывности нормальной компоненты скорости при переходе через флуктуирующую донную границу раздела.

мах интерференционной картины, которая присуща нерегулярным волноводам с отражающей донной границей. Это характерно как для мелкомасштабных, так и для крупномасштабных шероховатостей. Качественное же расхождение результатов ОР и «адиабатики» наблюдается в случае мелкомасштабных шероховатостей для водоподобных волноводов с сильно проницаемой границей раздела (≈ 10 дБ на расстоянии 20 км). Последний вывод совпадает с указанным выше результатом статистического анализа.

Настоящее исследование позволяет рекомендовать авторам многочисленных работ, на практике использующих адиабатическое приближение в детерминированных задачах распространения звука в волноводах с неровной донной границей, принимать во внимание возможные ошибки, которые содержит в себе подобное описание, пренебрегающее взаимодействием мод, возникающим из-за неровностей

границы волновода. В том числе это касается авторов работ, упомянутых во введении [9–14], которые посвящены изучению 3D задач посредством перехода к решению двумерного «адиабатического» уравнения горизонтальной рефракции. Тем более что в этих работах исследование звуковых сигналов осуществляется на непродолжительных трассах распространения $r \leq 4$ км. На этом интервале расстояний для многомодовых волноводов присутствует ярко выраженная интерференционная картина интенсивности, в экстремумах которой ошибки адиабатического приближения максимальны.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Изучение природы линейного и нелинейного взаимодействия геосферных полей переходных зон Мирового океана и их последствий», номер гос. регистрации: 124022100074-9.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
2. Ogilvy J.A. Wave scattering from rough surface // *Rep. Prog. Phys.* 1987. Vol. 50. P. 1553–1608.
3. Darmon M., Dorval V., Baque F. Acoustic scattering models from rough surfaces: a brief review and recent advances // *Appl. Sci.* 2020. Vol. 10 (22), 8305. URL: <https://doi.org/10.3390/app10228305>.
4. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. *Fundamentals of Shallow Water Acoustics*. Springer: New York, USA, 2012. 540 p.
5. Pierce A.D. Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium // *Journ. Acoust. Soc. Am.* 1965. Vol. 37, No. 1. P. 19–27.
6. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.
7. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. *Computational Ocean Acoustics*. Springer: New York, USA; Dordrecht; The Netherlands; Heidelberg, Germany; London, UK, 2011. 794 p.
8. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 340 с.
9. Petrov P.S., Prants S.V., Petrova T.N. Analytical Lie-algebraic solution of a 3D sound propagation problem in the ocean // *Physics Letters A.* 2017. Vol. 381. P. 1921–1925. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2017.04.011>.
10. Lunkov A., Sidorov D., Petnikov V. Horizontal refraction of acoustic waves in shallow-water waveguides due to an inhomogeneous bottom structure // *J. Mar. Sci. Eng.* 2021. Vol. 9(11):1269. URL: <https://doi.org/10.3390/jmse9111269>.
11. Petnikov V.G., Grigorev V.A., Lunkov A.A., Sidorov D.D. Modeling underwater sound propagation in an Arctic shelf region with an inhomogeneous bottom // *J. Acoust. Soc. Am.* 2022. Vol. 151, No. 4. P. 2297–2309. URL: <https://doi.org/10.1121/10.0010047>.
12. Сидоров Д.Д., Петников В.Г., Луньков А.А. Широкополосное звуковое поле в мелководном волноводе с неоднородным дном // *Акуст. журн.* 2023. Т. 69, № 5. С. 608–619. URL: <https://doi.org/10.31857/S0320791923600221>.
13. Тыщенко А.Г., Козицкий С.Б., Казак М.С., Петров П.С. Современные методы расчета акустических полей в океане, основанные на их представлении в виде суперпозиции мод // *Акуст. журн.* 2023. Т. 69, № 5. С. 620–636. URL: <https://doi.org/10.31857/S0320791923600373>.
14. Луньков А.А., Григорьев В.А., Петников В.Г. Акустические характеристики морского дна и их влияние на дальнее распространение звука на арктическом шельфе // *УФН.* 2024. Т. 194, № 2. С. 184–207. URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.10.039600>.
15. Гулин О.Э. Об уравнениях первого порядка для исследования акустических полей океана с существенными горизонтальными неоднородностями // *Докл. АН.* 2005. Т. 400, № 4. С. 542–545.
16. Гулин О.Э. К расчетам низкочастотных акустических полей в нерегулярных волноводах при наличии сильного обратного рассеяния // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54, № 4. С. 575–586. URL: <https://doi.org/10.1134/S106377100804009X>.
17. Гулин О.Э. Моделирование распространения низкочастотного звука в нерегулярном мелководном волноводе с жидким дном // *Акуст. журн.* 2010. Т. 56, № 5. С. 642–650. URL: <https://doi.org/10.1134/S1063771010050143>.
18. Gulín O.E. The contribution of a lateral wave in simulating low-frequency sound fields in an irregular waveguide with a liquid bottom // *Acoust. Phys.* 2010. Vol. 56, No. 5. P. 613–622. <https://doi.org/10.1134/S1063771010050027>.
19. Gulín O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in range-dependent random environment of shallow sea // *J. Comp. Acoust.* 2014. Vol. 22, No. 1. P. 1440006. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400062>.
20. Gulín O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in shallow sea with random inhomogeneities of sound speed: depth-dependent environment // *J. Comp. Acoust.* 2014. Vol. 22, No. 1. P. 1440002. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400025>.
21. Zhu F., Gulín O.E., Yaroshchuk I.O. Statistical patterns of transmission losses of low-frequency sound in shallow sea waveguides with Gaussian and non-Gaussian fluctuations // *Appl. Sci.* 2019. Vol. 9, No. 9. P. 1841. URL: <https://doi.org/10.3390/app9091841>.
22. Бреховских Л.М., Годин О.А. Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах // *Акустика неоднородных сред.* Т. 2. М.: Наука, 2009. 426 с.
23. Гулин О.Э., Ярошук И.О., Коротченко Р.А. О средней интенсивности поля и отдельных мод низкочастотного звукового сигнала в мелководном волноводе со статистически неровной донной границей // *Акуст. журн.* 2024. Т. 70, № 4. С. 517–535. URL: <https://doi.org/10.31857/S0320791924040077>.

24. Zhu F., Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Average intensity of low-frequency sound and its fluctuations in a shallow sea with a range-dependent random impedance of the liquid bottom // *Appl. Sci.* 2021. Vol. 11, No. 23. P. 11575. URL: <https://doi.org/10.3390/app112311575>.
25. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. On average losses of low-frequency sound in a two-dimensional shallow-water random waveguide // *J. Mar. Sci. Eng.* 2022. Vol. 10, No. 6. P. 822. URL: <https://doi.org/10.3390/jmse10060822>.
26. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 1988. 560 с.
27. Collins M.D., Westwood E.K. A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed, and density // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. Vol. 89, No. 3. P. 1068–1075.
28. Tang X., Tappert F.D., Creamer D.B. Simulations of large acoustic scintillations in the Straits of Florida // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. Vol. 120, No. 6. P. 3539–3552. URL: <https://doi.org/10.1121/1.2372446>.
29. Яшин Д.С., Ким Б.И. Геохимические признаки нефтегазоносности Восточно-Арктического шельфа России // *Геология нефти и газа.* 2007. Т. 4. С. 25–29.
30. Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терехина Я.Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64, № 3. С. 342–358. URL: <https://doi.org/10.7868/S032079191803005X>.
31. Григорьев В.А., Петников В.Г. О возможности представления акустического поля в мелком море в виде суммы нормальных мод и квазимод // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62, № 6. С. 681–698. URL: <https://doi.org/10.7868/S0320791916050038>.
32. Гулин О.Э., Ярошук И.О. Особенности ослабления низкочастотного звука при распространении в 2D-волноводе арктического типа со случайной батиметрией // *Подводные исследования и робототехника.* 2023. № 2 (44). С. 67–74. URL: https://doi.org/10.37102/1992-4429_2023_44_02_06.

Справка об авторах

ГУЛИН Олег Эдуардович, д. физ.-мат. наук, с. н. с.

<https://orcid.org/0000-0002-1132-7354>

ТОИ ДВО РАН

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, д. 43

Область научных интересов: акустика океана, теория и математическое моделирование низкочастотных волновых процессов в слоистых, нерегулярных, случайных средах, метод поперечных сечений (локальные моды).

Тел. / факс: (423) 231-26-17

E-mail: gulinoe@poi.dvo.ru

ЯРОЩУК Игорь Олегович, д. физ.-мат. н., с. н. с., зав. лабораторией

<https://orcid.org/0000-0002-3212-9752>

ТОИ ДВО РАН

Адрес: 690041, г. Владивосток, ул. Балтийская, д. 43

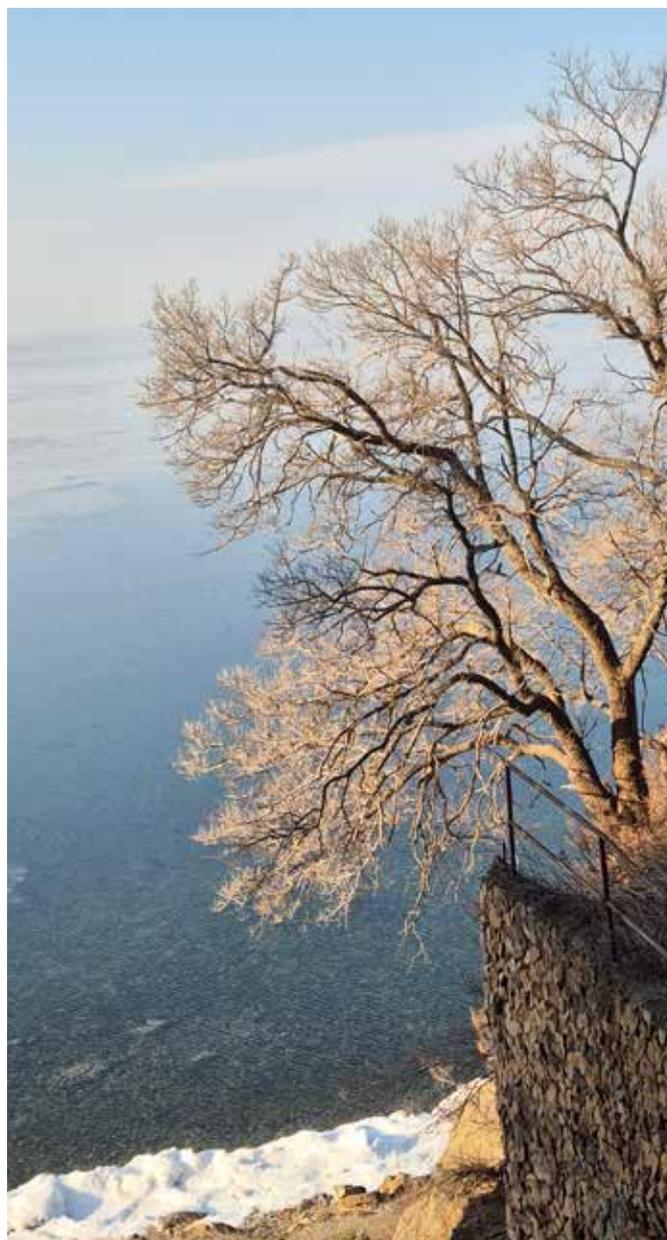
Область научных интересов: статистическая гидроакустика, статистическое моделирование, сейсмоакустика, океанология

Тел. / факс: (423) 231-26-17

E-mail: yaroshchuk@poi.dvo.ru

Для цитирования:

Гулин О.Э., Ярошук И.О. ОШИБКИ АДИАБАТИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ ОПИСАНИИ ПОТЕРЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ АРКТИЧЕСКОГО ТИПА С ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЕЙ // *Подводные исследования и робототехника.* 2025. № 1 (51). С. 51–62. DOI: 10.37102/1992-4429_2025_51_01_05. EDN: CYSVCW.



ADIABATIC APPROXIMATION ERRORS IN DESCRIBING LOW-FREQUENCY SOUND LOSSES IN ARCTIC-TYPE SHALLOW-WATER WAVEGUIDE WITH A ROUGH BOUNDARY INTERFACE

O.E. Gulin, I.O. Yaroshchuk

For the intensity of a low-frequency sound signal propagating in a waveguide of a shallow sea with a rough bottom boundary, based on the local mode approach a comparison of results of the adiabatic theory and the one-way propagation (OW) method is performed. The study is conducted for sound propagation conditions corresponding to the shelf zones of the Russian Arctic seas, as well as the Sea of Japan in winter. The comparison is made for a rough bottom boundary with different scales of random irregularities and different reflectivity. It is quantitatively estimated what errors of the influence of irregular bathymetry along the propagation path on the sound intensity should be expected within the framework of the adiabatic approximation. In particular, it is shown that the errors of the adiabatic description increase with decreasing characteristic scale of roughness. As a consequence, at relatively small scales of irregularities, the adiabatic approximation leads to a certain degree of distortion of the intensity pattern of the signal propagating in the waveguide. In addition, in the case of multimode waveguides with pronounced interference of modes, significant discrepancies are observed between the results of the adiabatic approximation and the OW method in local sections of the distance where intensity oscillation minima are formed.

Keywords. Irregular shallow water arctic waveguide, randomly rough bottom boundary, local mode approach, adiabatic approximation, one-way propagation method.

References

1. Bass F.G., Fuks I.M. Rassejanie voln na statisticheski nerovnoj poverhnosti. M.: Nauka, 1972. 424 p. [In Russ.]
2. Ogilvy J.A. Wave scattering from rough surface // *Rep. Prog. Phys.* 1987. Vol. 50. P. 1553–1608.
3. Darmon M., Dorval V., Baque F. Acoustic scattering models from rough surfaces: a brief review and recent advances // *Appl. Sci.* 2020. Vol. 10 (22), 8305. URL: <https://doi.org/10.3390/app10228305>.
4. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. *Fundamentals of Shallow Water Acoustics*. Springer: New York, USA, 2012. 540 p.
5. Pierce A.D. Extension of the method of normal modes to sound propagation in an almost-stratified medium // *Journ. Acoust. Soc. Am.* 1965. Vol. 37, No. 1. P. 19–27.
6. Brehovskih L.M., Lysanov Ju.P. *Teoreticheskie osnovy akustiki okeana*. L.: Gidrometeoizdat, 1982. 264 p. [In Russ.]
7. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. *Computational Ocean Acoustics*. Springer: New York, USA; Dordrecht; The Netherlands; Heidelberg, Germany; London, UK, 2011. 794 p.
8. Brehovskih L.M. *Volny v sloistyh sredah*. M.: Nauka, 1973. 340 p. [In Russ.]
9. Petrov P.S., Prants S.V., Petrova T.N. Analytical Lie-algebraic solution of a 3D sound propagation problem in the ocean // *Physics Letters A*. 2017. Vol. 381. P. 1921–1925. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2017.04.011>.
10. Lunkov A., Sidorov D., Petnikov V. Horizontal refraction of acoustic waves in shallow-water waveguides due to an inhomogeneous bottom structure // *J. Mar. Sci. Eng.* 2021. Vol. 9(11):1269. URL: <https://doi.org/10.3390/jmse9111269>.
11. Petnikov V.G., Grigorev V.A., Lunkov A.A., Sidorov D.D. Modeling underwater sound propagation in an Arctic shelf region with an inhomogeneous bottom // *J. Acoust. Soc. Am.* 2022. Vol. 151, No. 4. P. 2297–2309. URL: <https://doi.org/10.1121/10.0010047>.
12. Sidorov D.D., Petnikov V.G., Lun'kov A.A. Shirokopolosnoe zvukovoe pole v melkovodnom volnovode s neodnorodnym dnom // *Akust. zhurn.* 2023. Vol. 69, No. 5. P. 608–619. URL: <https://doi.org/10.31857/S0320791923600221>. [In Russ.]
13. Tyshhenko A.G., Kozickij S.B., Kazak M.S., Petrov P.S. Sovremennye metody rascheta akusticheskikh polej v okeane, osnovannye na ih predstavlenii v vide superpozicii mod // *Akust. zhurn.* 2023. Vol. 69, No. 5. P. 620–636. URL: <https://doi.org/10.31857/S0320791923600373>. [In Russ.]
14. Lun'kov A.A., Grigor'ev V.A., Petnikov V.G. Akusticheskie harakteristiki morskogo dna i ih vlijanie na dal'nee rasprostranenie zvuka na arkticheskom shel'fe // *UFN*. 2024. Vol. 194, No. 2. P. 184–207. URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.10.039600>. [In Russ.]
15. Gulin O.E. First-order equations to study acoustic fields in ocean with significant horizontal heterogeneities // *Doklady Earth Sciences*. 2005. V. 400. No. 1. P. 173–176.
16. Gulin O. E. Calculation of low-frequency sound fields in irregular waveguides with strong backscattering // *Acoustical Physics*. 2008. V. 54. P. 495–505. <https://doi.org/10.1134/S106377100804009X>.
17. Gulin O. E. Simulation of low-frequency sound propagation in an irregular shallow-water waveguide with a fluid bottom // *Acoustical Physics*. 2010. V. 56, No. 5. P. 684–692. <https://doi.org/10.1134/S1063771010050143>.

18. Gulin O.E. The contribution of a lateral wave in simulating low-frequency sound fields in an irregular waveguide with a liquid bottom // *Acoust. Phys.* 2010. Vol. 56, No. 5. P. 613–622. URL: <https://doi.org/10.1134/S1063771010050027>.
19. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in range-dependent random environment of shallow sea // *J. Comp. Acoust.* 2014. Vol. 22, No. 1. P. 1440006. <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400062>.
20. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Simulation of underwater acoustical field fluctuations in shallow sea with random inhomogeneities of sound speed: depth-dependent environment // *J. Comp. Acoust.* 2014. Vol. 22, No. 1. P. 1440002. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218396X14400025>.
21. Zhu F., Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Statistical patterns of transmission losses of low-frequency sound in shallow sea waveguides with Gaussian and non-Gaussian fluctuations // *Appl. Sci.* 2019. Vol. 9, No. 9. P. 1841. URL: <https://doi.org/10.3390/app9091841>.
22. Brehovskih L.M., Godin O.A. *Zvukovye polja v sloistyh i trehmerno-neodnorodnyh sredah // Akustika neodnorodnyh sred.* Vol. 2. M.: Nauka, 2009. 426 p. [In Russ.]
23. Gulin O. E., Yaroshchuk I. O. and Korotchenko R. A. On the average field intensity and individual modes of a low-frequency sound signal in a shallow waveguide with a statistically irregular bottom boundary // *Acoust. Phys.* 2024. V. 70. No. 4. P. 641–658. <https://doi.org/10.1134/S1063771024602437>
24. Zhu F., Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Average intensity of low-frequency sound and its fluctuations in a shallow sea with a range-dependent random impedance of the liquid bottom // *Appl. Sci.* 2021. Vol. 11, No. 23. P. 11575. URL: <https://doi.org/10.3390/app112311575>.
25. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. On average losses of low-frequency sound in a two-dimensional shallow-water random waveguide // *J. Mar. Sci. Eng.* 2022. Vol. 10, No. 6. P. 822. URL: <https://doi.org/10.3390/jmse10060822>.
26. Gantmaher F.R. *Teorija matric. M.: Fizmatlit, 1988. 560 p. [In Russ.]*
27. Collins M.D., Westwood E.K. A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed, and density // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. Vol. 89, No. 3. P. 1068–1075.
28. Tang X., Tappert F.D., Creamer D.B. Simulations of large acoustic scintillations in the Straits of Florida // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. Vol. 120, No. 6. P. 3539–3552. URL: <https://doi.org/10.1121/1.2372446>.
29. Jashin D.S., Kim B.I. Geohimicheskie priznaki neftegazonosnosti Vostochno-Arkticheskogo shel'fa Rossii // *Geologija nefti i gaza.* 2007. Vol. 4. P. 25–29. [In Russ.]
30. Grigor'ev V.A., Petnikov V.G., Rosljakov A.G., Terehina Ja.E. Rasprostranenie zvuka v melkom more s neodnorodnym gazonasyshhenym dnom // *Akust. zhurn.* 2018. Vol. 64, No. 3. P. 342–358. URL: <https://doi.org/10.7868/S032079191803005X>. [In Russ.]
31. Grigor'ev V.A., Petnikov V.G. O vozmozhnosti predstavlenija akusticheskogo polja v melkom more v vide summy normal'nyh mod i kvazimod // *Akust. zhurn.* 2016. Vol. 62, No. 6. P. 681–698. URL: <https://doi.org/10.7868/S0320791916050038>. [In Russ.]
32. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. Peculiarities of attenuation of low-frequency sound in the course of propagation in a 2D Arctic-type waveguide with random bathymetry // *Underwater investigations and robotics.* 2023, No. 2 (44). P. 67–74. [In Russ.]

About the authors

GULIN Oleg Eduardovich, Doctor of sciences, physics and mathematics, Senior researcher
 POI FEB RAS
Address: Baltiyskaya st., 43, Vladivostok, Russia, 690041
Scientific fields: ocean acoustics, theory and mathematical simulation of low-frequency wave processes in the layered, irregular, random media, method of local modes.
Phone: (423) 231-26-17.
Fax: (423) 231-26-17
E-mail: gulinoe@poi.dvo.ru
ORCID: 0000-0002-1132-7354

YAROSHCHUK Igor Olegovich, Doctor of sciences, physics and mathematics, Senior researcher, Head of the Laboratory
 POI FEB RAS
Address: Baltiyskaya st., 43, Vladivostok, Russia, 690041
Scientific fields: statistical hydroacoustics, statistical modeling, seismoacoustics, oceanology.
Phone: (423) 231-26-17.
Fax: (423) 231-26-17
E-mail: yaroshchuk@poi.dvo.ru
ORCID: 0000-0002-3212-9752

Recommended citation:

Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. ADIABATIC APPROXIMATION ERRORS IN DESCRIBING LOW-FREQUENCY SOUND LOSSES IN ARCTIC-TYPE SHALLOW-WATER WAVEGUIDE WITH A ROUGH BOUNDARY INTERFACE. *Underwater investigations and robotics.* 2025. No. 1 (51). P. 51–62. DOI: 10.37102/1992-4429_2025_51_01_05. EDN: CYSCVW.

