

# ОТРАЖЕНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА. НЕСАМОСОПРЯЖЕННАЯ МОДЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА

**Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина, С.Б. Касаткин**

На основе математического определения несамосопряженного оператора и физического смысла конкретной граничной задачи сформулирована несамосопряженная модельная постановка граничных задач акустики. В качестве примера рассмотрены граничные задачи на отражение плоской волны и сферической волны на границе раздела двух жидких сред. Введено определение коэффициента отражения сферической волны. В области докритических углов падения новое определение учитывает появление в суммарном звуковом поле сходящихся волн отдачи, соответствующих собственным функциям сопряженного оператора. В области закритических углов падения участие в суммарном звуковом поле собственных функций двух сопряженных операторов формирует отличный от нуля поток мощности через границу раздела и его трансформацию в вихревую составляющую вектора интенсивности на горизонте полного внутреннего отражения. Дано определение горизонта полного внутреннего отражения. Приведены экспериментальные данные, подтверждающие новое определение коэффициента отражения и физическую корректность несамосопряженной модельной постановки.

**Ключевые слова:** несамосопряженная модельная постановка, сходящиеся волны отдачи, горизонт трансформации, гибридные волны, вихревая составляющая вектора интенсивности.

## Введение

При решении традиционных граничных задач акустики в слоистом пространстве подразумевается задание соответствующего дифференциального уравнения, граничных условий и условий на бесконечности, означающих в совокупности задание некоторого оператора, описывающего данную граничную задачу. В соответствии с определением, приведенным в работе [1], граничная задача считается корректно поставленной при соблюдении двух условий: граничная задача имеет решение в каком-то классе функций, решение граничной задачи в этом классе функций является единственным. Согласно общепринятой терминологии все операторы, описывающие граничные задачи, делятся на самосопряженные и несамосопряженные. Формальным признаком самосопряженного оператора является вещественный спектр собственных значений, тогда как спектр собственных значений несамосопряженного оператора является комплексным с конечным подмножеством вещественных значений.

Неформальным признаком самосопряженного оператора является тот факт, что он всегда описывает консервативную систему, в которой отсутствуют какие-либо потери, например, потери на поглощение звука, потери на трансформацию одного типа волн в волны другого типа, потери на излучение через границы раздела. Потери на трансформацию одного типа волн в волны другого типа хорошо известны в теории твердых волноводов, в которых продольные и поперечные волны связаны механизмом взаимной трансформации при отражении от границ раздела. В идеальных (без учета потерь) жидких слоистых средах звуковое поле описывается одним типом волн, а такой тип трансформации невозможен. Однако это не исключает появления других механизмов трансформации, которые могут сделать модельную постановку граничной задачи несамосопряженной. Наконец, наличие границ раздела, как правило, предполагает утечку энергии из одной среды, где расположен источник энергии, в другие среды через границы раздела, значит, соответствующая граничная задача должна описываться несамосопряженным оператором.

ром. В свою очередь, это означает, что в акустике слоистых сред несамосопряженные операторы должны играть ключевую роль при решении граничных задач, а несамосопряженная модельная постановка должна быть корректно сформулирована.

В случае, если несамосопряженный оператор описывает граничную задачу волнового типа, собственные значения оператора  $\lambda_n$  связаны с горизонтальными волновыми числами  $\xi_n$  в направлении распространения волны соотношением  $\lambda_n = \xi_n^2$ . С учетом этого комплексно-сопряженным значениям собственных чисел  $\lambda_n, \lambda_n^*$  несамосопряженного оператора будет соответствовать четверка собственных значений волновых чисел  $\xi_n, \xi_n^*, -\xi_n, -\xi_n^*$ , описывающих волновой процесс. При учете потерь на распространение и при наличии в области определения решения бесконечно удаленной точки условию погашаемости на бесконечности будет удовлетворять пара волновых чисел  $(\xi_n, -\xi_n^*)$  или  $(\xi_n^*, -\xi_n)$ . Паре волновых чисел соответствует пара встречных волн, которые являются собственными функциями двух сопряженных операторов. Иначе говоря, если граничная задача описывается несамосопряженным оператором, в общем решении граничной задачи возможно появление гибридных волн, в которых встречные волны, как собственные функции двух сопряженных операторов, будут связаны механизмом взаимной трансформации на горизонтах трансформации, подлежащих определению.

Таким образом, при определенных условиях в жидких слоистых средах возможен новый тип трансформации, а именно трансформация расходящейся волны в сходящуюся волну отдачи на горизонтах трансформации. Такая трансформация неизбежно связана с нарушением локальных условий непрерывности по давлению и нормальной компоненте вектора колебательной скорости. По этой причине границы раздела не могут быть горизонтами трансформации. Кроме того, разрывность решения на горизонтах трансформации не должна приводить к появлению новых источников энергии с отличной от нуля мощностью излучения, не указанных при постановке граничной задачи.

В случае, если граничная задача описывается самосопряженным оператором, решение граничной задачи будет содержать только собственные функции одного оператора, какими являются расходящиеся волны, удовлетворяющие условиям излучения в той или иной форме, в простейшем случае условиям излучения Зоммерфельда, сформулированным для свободного пространства. В этом случае никаких дополнительных проблем не возникает, а самосопряженная

модельная постановка оказывается наиболее привлекательной при решении граничных задач в акустике слоистых сред. Таким образом, если деление операторов на самосопряженные и несамосопряженные имеет четкое математическое определение, то сама несамосопряженная модельная постановка еще нуждается в определении, совместимом с условием физической и математической корректности соответствующего ей обобщенного решения.

### ■ Отражение плоской волны на границе раздела двух жидких сред

Рассмотрим простейшую граничную задачу на отражение плоской волны на границе раздела двух жидких сред, впервые сформулированную Ньютоном. Падающая волна, отраженная волна и преломленная волна, записанные в потенциалах, непрерывные по давлению на границе раздела, синхронно распространяются вдоль границы раздела. Угол падения  $\theta_1$ , угол отражения  $\theta_1$  и угол преломления  $\theta_2$  связаны законом Снеллиуса. Амплитудный коэффициент  $V$  отраженной волны записываются в виде

$$V = V_{i\bar{e}} = \frac{k_{31} - \rho_{12}k_{32}}{k_{31} + \rho_{12}k_{32}}$$

В принятых обозначениях  $\rho_1, c_1, \rho_2, c_2$  – плотность и скорость звука в верхнем и нижнем полупространствах соответственно,  $\rho_{12} = \rho_1 / \rho_2$ ,  $k_{32} = \sqrt{k_2^2 - \xi^2}$ ,  $k_{31} = \sqrt{k_1^2 - \xi^2}$ ,  $k_{1,2} = \omega / c_{1,2}$ , – круговая частота,  $p$  и  $v_z$  – давление и нормальная компонента колебательной скорости,  $\xi$  – горизонтальное волновое число (постоянная распространения).

В классической схеме поток мощности через границу раздела при докритических углах падения (потери на излучение для источника в верхнем полупространстве) отличен от нуля. По этому формальному признаку схема решения граничной задачи и определение коэффициента отражения плоской волны соответствуют несамосопряженной модельной постановке. При углах падения, больших критического, коэффициент отражения становится комплексным, равным по модулю единице, а преломленная волна становится неоднородной волной, амплитуда которой экспоненциально убывает в нижнем полупространстве.

$$V = e^{i2\psi}, k_{32} = -i\alpha, \theta_1 \geq \theta_{1, \text{ед}}, \text{tg } \psi = \frac{\rho_{12}\alpha_2}{k_{31}},$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\xi^2 - k_2^2}, \theta_{1, \text{ед}} = \arcsin c_{12}, c_{12} = c_1 / c_2.$$

Классическое решение, полученное в несамосопряженной модельной постановке, не является физически корректным в силу его характерных особенностей, перечисляемых ниже.

- Решение описывает полное отражение при закритических углах падения, только если под коэффициентом отражения понимать комплексное число, модуль которого равен единице.
- Зависимость фазы коэффициента отражения от горизонтального волнового числа (от угла падения) означает горизонтальный сдвиг волнового процесса в верхнем полупространстве на величину  $\Delta = \frac{2\partial\psi}{\partial\xi}$ , который оказывается бесконечно большим при критическом угле падения  $\theta_{1, \text{кр}}$  и в предельном случае  $\theta_1 = \pi / 2$ . Экспериментально наблюдаемый сдвиг, известный как сдвиг Гооса–Генхена, имеет конечную величину и наблюдается только при возбуждении на границе раздела пограничной волны типа Рэлея–Шолте. Однако на границе раздела двух жидких полупространств пограничная волна отсутствует, а потому физический сдвиг волнового процесса вдоль границы раздела в классическом описании невозможен.
- Отражение при закритических углах падения является полным, но не внутренним (по Ньютону). Отличный от нуля горизонтальный поток мощности в нижнем полупространстве не имеет источника энергии в нижнем полупространстве и не имеет энергетической связи с источником энергии, находящимся в верхнем полупространстве (поток мощности через границу раздела равен нулю).

Следует отметить, что решение граничной задачи на отражение плоской волны на границе раздела двух жидких сред было получено Ньютоном свыше трехсот лет назад. Он же назвал полное отражение при углах падения, больших критического значения, полным внутренним отражением. Однако физическая некорректность классического описания полного внутреннего отражения, насколько нам известно, впервые была отмечена только в работе [2], но иная модельная постановка не была сформулирована и не получила должного математического обоснования.

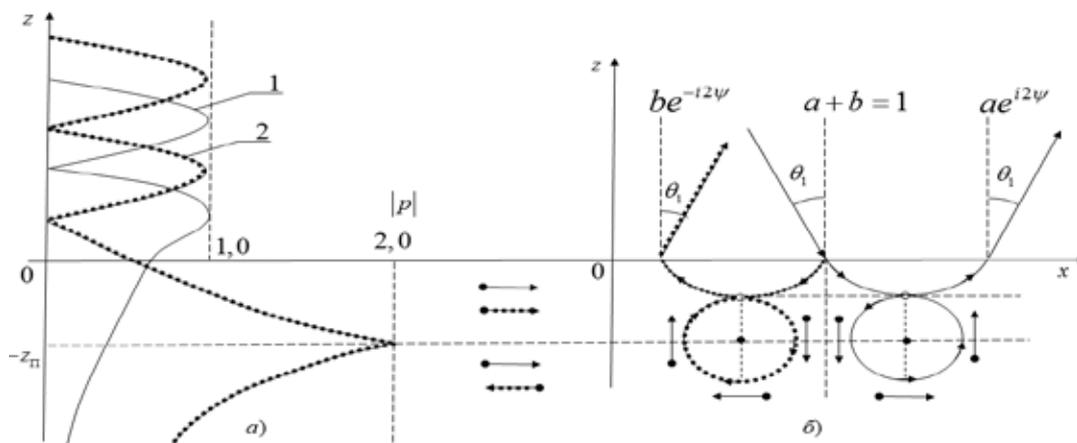
Корректное (обобщенное) описание полного внутреннего отражения в несамосопряженной мо-

дельной постановке может быть построено с учетом того, что классическое решение, полученное в несамосопряженной модельной постановке, не является единственным при углах падения, больших критического значения. Второе решение, соответствующее комплексно-сопряженному значению вертикального волнового числа, экспоненциально растет по амплитуде в нижнем полупространстве. В классическом модельном решении граничной задачи это частное решение исключается из общего решения как не удовлетворяющее условию погашаемости в нижнем полупространстве. Однако с физической точки зрения подобный выбор единственного решения не является корректным.

Дело в том, что для неоднородной волны, амплитуда которой экспоненциально убывает в нижнем полупространстве, входной импеданс полупространства является реактивным, инерционным. В случае, если амплитуда неоднородной волны экспоненциально растет в полупространстве, входной импеданс полупространства становится реактивным, упругим. Хорошо известно, что реактивный импеданс во всех разделах физики проявляется двойко. В механике он может быть либо инерционным, либо упругим, в радиотехнике он может быть либо индуктивным, либо емкостным. Таким образом, любая реализация реактивного входного импеданса является физически возможной, а потому второе решение граничной задачи нужно не исключать из общего решения, а изменить его математическое описание, подвергнув процедуру регуляризации. Для этого можно воспользоваться механизмом трансформации расходящейся волны в сходящуюся волну отдачи на горизонте трансформации  $z = -z_i$  с одновременным изменением знака вертикального волнового числа.

Процедура регуляризации поясняется рис. 1, а и сводится к построению собственной функции поперечного сечения, которая является разрывной по волновой функции и по нормальной производной на горизонте трансформации, который играет роль горизонта полного внутреннего отражения  $z = -z_i$ . Как видно из рисунка, на этом горизонте расходящаяся волна, амплитуда которой экспоненциально растет по вертикальной координате, трансформируется в сходящуюся волну отдачи с убывающей амплитудой. Разрывность решения по волновой функции и по нормальной производной функции поперечного сечения означает одновременное появление и скачка давления, и скачка нормальной компоненты вектора колебательной скорости на горизонте трансформации. Однако возникающая на горизонте трансформации вертикальная компонента вектора интенсивно-

Рис. 1. Структура функций поперечного сечения для регулярной составляющей (1) и обобщенной составляющей (2) (а); лучевая трактовка полного внутреннего отражения с встречным сдвигом (б)



сти оказывается знакопеременной с периодом  $\lambda/2$  ( $\lambda$  – длина волны), а поток мощности через горизонт трансформации тождественно равен нулю при всех углах падения, больших критического значения. Именно этот фактор обеспечивает корректность обобщенного решения, построенного в классе обобщенных функций, разрывных как по давлению, так и по нормальной компоненте вектора колебательной скорости. Сама вертикальная компонента вектора интенсивности оказывается вихревой компонентой, а горизонт трансформации обладает свойствами горизонта полного внутреннего отражения по Ньютону. На рис. 1, б показано расщепление падающей волны на две составляющие, регулярную и обобщенную.

Регулярная составляющая зеркально отражается со сдвигом в направлении распространения волны, тогда как обобщенная составляющая зеркально отражается со сдвигом в обратном направлении. Встречный сдвиг порождает генерацию вихревой, знакопеременной составляющей вектора интенсивности в нижнем полупространстве, формирование узловых точек на горизонте трансформации и седловых точек в придонном слое, названных в работе [3] дислокациями фазового фронта. Суммарное решение граничной задачи в области закритических углов падения можно представить в виде суммы двух сопряженных решений:

$$\begin{aligned} \phi(z, x) = & a \begin{pmatrix} e^{ik_{31}z} + Ve^{-ik_{31}z} \\ \rho_{12}(1+V)e^{\alpha_2 z} \\ \rho_{12}(1+V)e^{\alpha_2 z} \end{pmatrix} e^{-i\xi x} + \\ & + b \begin{pmatrix} (e^{ik_{31}z} + V^*e^{-ik_{31}z})e^{-i\xi x} \\ \rho_{12}(1+V^*)e^{-\alpha_2 z}e^{-i\xi x} \\ \rho_{12}(1+V^*)e^{\alpha_2 z_{\Pi}}e^{\alpha_2(z+z_{\Pi})}e^{i\xi x} \end{pmatrix} \begin{matrix} z \geq 0 \\ -z_{\Pi} \leq z \leq 0 \\ z \leq -z_{\Pi} \end{matrix} \quad (1) \\ & a + b = 1. \end{aligned}$$

Эффективный коэффициент отражения для волны давления в суммарном решении, названный в работе [2] коэффициентом отражения сферической волны, можно определить в виде линейной комбинации коэффициентов  $V$  и  $V^*$ :

$$V_{сф}(\theta_1) = aV(\theta_1) + bV^*(\theta_1) = \text{Re}V_{nl} + i(a-b)\text{Im}V_{nl}, \quad (2)$$

$$V_{nl} = V = \frac{k_{31} - \rho_{12}k_{32}}{k_{31} + \rho_{12}k_{32}}.$$

Этот коэффициент отражения является решением граничной задачи в несамосопряженной модельной постановке, но с использованием двух сопряженных решений. Конкретному заданию коэффициентов  $a+b=1$  соответствует конкретное задание входного импеданса нижнего полупространства и единственное решение граничной задачи в классе обобщенных функций.

Отметим основные особенности полученного решения.

Поток мощности через границу раздела в области закритических углов падения определяется формулой

$$\begin{aligned} I_{z,1}(0) = I_{z,2}(0) = & -I_0 D(0) \cos \theta_1, \quad I_0 = \frac{1}{2} \omega \rho_1 k_1, \\ D(0) = & 4ab(\text{Im}V)^2. \quad (3) \end{aligned}$$

Интерференция двух волн суммарного решения «открывает» границу по вертикальному потоку мощности и реализует механизм затекания энергии в нижнее полупространство. На горизонте трансформации, играющем роль горизонта полного внутреннего отражения, вертикальная компонента вектора интенсивности становится знакопеременной с периодом  $\lambda/2$ , а интегральный поток мощности через горизонт трансформации равен нулю. Сам горизонт

полного внутреннего отражения определяется уравнением

$$\left| \begin{matrix} (1 + \operatorname{Re} V)[e^{\alpha_2 z_n} - 2a \operatorname{sh}(\alpha_2 z_n)] - \\ -i \operatorname{Im} V[e^{\alpha_2 z_n} - 2a \operatorname{ch}(\alpha_2 z_n)] \end{matrix} \right| = 2. \quad (4)$$

Зависимость горизонта полного внутреннего отражения от угла падения показана на рис. 2, параметром кривых является амплитуда регулярной составляющей суммарного решения. Можно отметить, что при увеличении угла падения уровень звукового давления на границе раздела уменьшается вследствие эффекта мягкого экрана, уменьшается и поток мощности через границу раздела. С учетом этих двух факторов горизонт полного внутреннего отражения увеличивается по мере приближения угла падения к предельному значению  $\pi/2$ . С другой стороны, поток мощности через границу раздела уменьшается и при приближении угла падения к критическому значению, но в этом предельном случае уровень звукового давления на границе раздела близок к своему максимальному значению. С учетом этих двух факторов горизонт полного внутреннего отражения также должен увеличиваться по мере приближения угла падения к критическому значению, но эта тенденция проявляется достаточно заметно только при уменьшении амплитуды обобщенной составляющей суммарного решения, обеспечивающей затекание энергии в донное полупространство.

Структура вертикального потока мощности на горизонте трансформации описывается выражением

$$I_z(z_i) = I_0 D(z_i) \cos \theta_1, \quad I_0 = \frac{1}{2} \omega \rho_1 k_1, \quad (5)$$

$$D(z_i) = 4ab(1 + \operatorname{Re} V)[\operatorname{Im} V \cos(2\xi x) - \operatorname{Re} V \sin(2\xi x)].$$

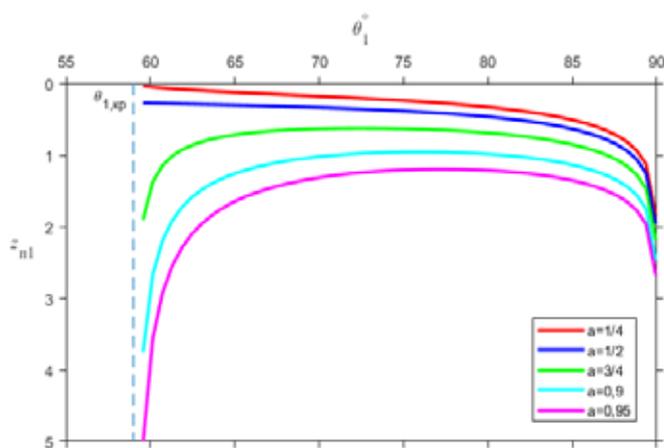


Рис. 2. Угловая зависимость горизонта полного внутреннего отражения  $z_{n1} = z_n / \lambda_1$

В случае  $\theta_1 = \theta_{1, \text{э.д.д}}$ ,  $\theta_{1, \text{э.д.д}}$  – угол квази-Брюстера (аналог угла Брюстера) в области вещественных значений коэффициента отражения

$$\operatorname{Re} V = 0, \quad \operatorname{Im} V = 1, \quad D(z_i) = 4ab \cos(2\xi x). \quad (6)$$

Решение, скорректированное процедурой регуляризации и построенное с участием разрывных функций, будем ниже называть обобщенным решением в отличие от классического решения, построенного в классе функций, удовлетворяющих условиям локальной  $(p, v_z)$ -непрерывности во всей области определения. Основное свойство обобщенного решения заключается в том, что на горизонте трансформации оно является непрерывным только по импедансу, определенному через отношение интегральных величин, таких как сила, действующая на элемент поверхности, и объемная колебательная скорость, определенная для этого элемента поверхности, при условии, что размер элемента поверхности достаточно велик по сравнению с длиной волны. Использование пары сопряженных решений позволяет построить суммарное решение, в котором появляется отличный от нуля поток мощности через границу раздела. Этот поток реализует гипотезу Ньютона о том, что полное отражение должно быть внутренним, связанным с затеканием потока мощности на горизонт полного внутреннего отражения.

В приграничном слое  $z \in (0, -z_i)$  горизонтальный поток мощности в общем случае отличен от нуля, тогда как ниже горизонта полного внутреннего отражения звуковое поле может существовать только в форме стоячей волны. В структуре типа стоячей волны формируется вихревая составляющая вектора интенсивности с характерными для нее седловыми точками, в которых вектор интенсивности равен нулю, и узловыми точками, в которых звуковое давление равно нулю.

### ■ Численный анализ граничной задачи

Структура поля звукового давления при полном внутреннем отражении представлена на рис. 3–5 при различных углах падения (в области закритических углов падения). В расчетах приняты характерные для шельфовой зоны параметры сопряженных сред  $\rho_{12} = 1,0 / 1,6$ ;  $c_{12} = 1,5 / 1,75$ . Общие особенности структуры поля звукового давления, заключаются в следующем. В верхнем полупространстве поле носит характер стоячей волны по вертикальной координате и расходящейся волны по горизонтальной координате. В придонном слое уровень звукового давления

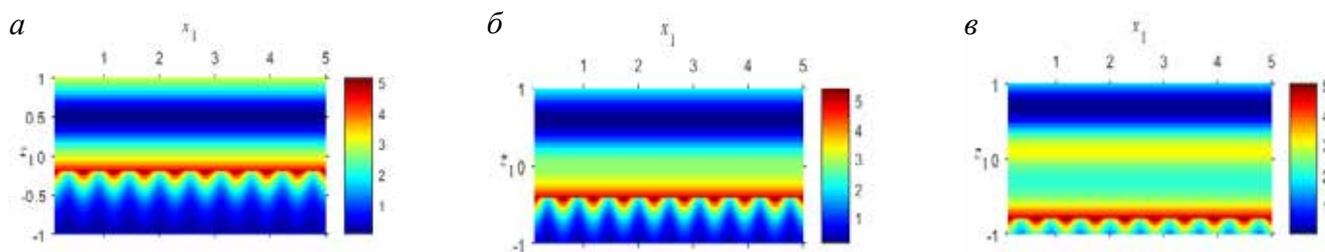


Рис. 3. Структура поля звукового давления при полном внутреннем отражении для угла падения  $\theta_1 = 65^\circ$ : а –  $a = 1/4$ ; б –  $a = 1/2$ ; в –  $a = 3/4$ ;  $x_1 = x/\lambda$ ,  $z_1 = z/\lambda$

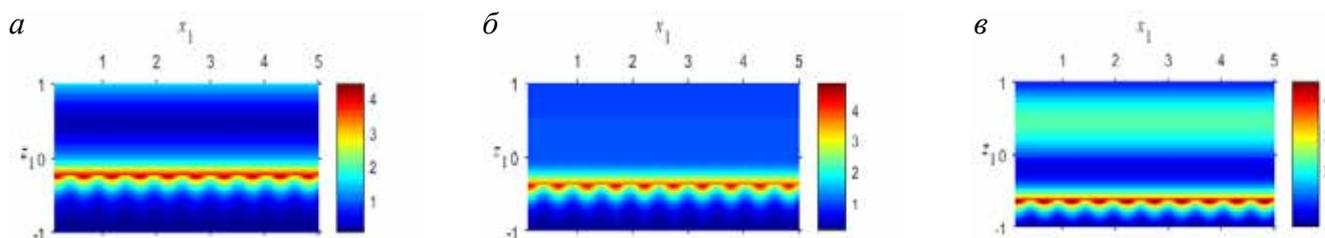


Рис. 4. Структура поля звукового давления при полном внутреннем отражении для угла падения  $\theta_1 = 74^\circ$ : а –  $a = 1/4$ ; б –  $a = 1/2$ ; в –  $a = 3/4$ ;  $x_1 = x/\lambda$ ,  $z_1 = z/\lambda$

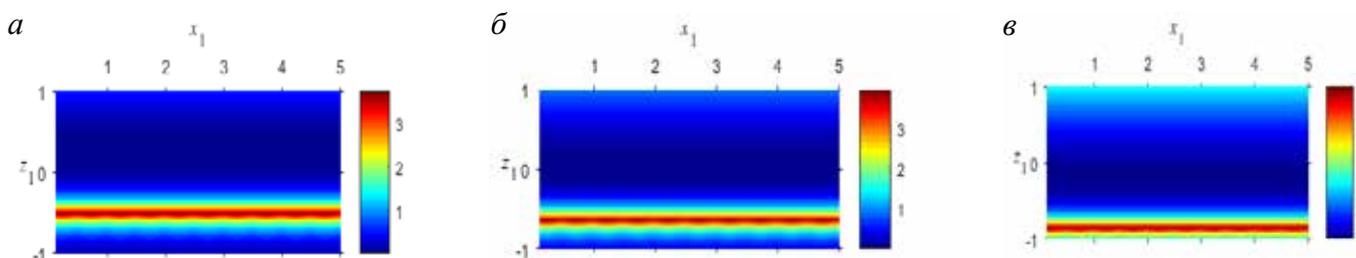


Рис. 5. Структура поля звукового давления при полном внутреннем отражении для угла падения  $\theta_1 = 1/4$ : а –  $a = 1/4$ ; б –  $a = 1/2$ ; в –  $a = 3/4$ ;  $x_1 = x/\lambda$ ,  $z_1 = z/\lambda$

экспоненциально растет вплоть до горизонта полного внутреннего отражения и убывает ниже горизонта полного внутреннего отражения. Разрывность звукового давления на горизонте полного внутреннего отражения порождает поле стоячей волны, модулированной по фазе встречным сдвигом.

### ■ Отражение сферической волны на границе раздела двух жидких полупространств

При построении обобщенного решения этой более сложной граничной задачи в несамосопряженной модельной постановке необходимо учесть появление в поле отраженных и преломленных волн обобщенных составляющих, которые поясняются рис. 6. Появление обобщенных составляющих, связанных с отражением обратных волн отдачи от оси симме-

трии, играющей роль жесткой границы, приводит к нарушению однозначности определения коэффициента отражения  $V = V_{nl}$  на границе раздела двух сред и необходимости его обобщения. Схема обобщения подразумевает разбиение падающей сферической волны на две составляющие, регулярную и обобщенную, которые при отражении приобретают разность фаз, как это показано на рис. 6, а. В соответствии с рисунком можно получить следующие оценки фазовых задержек и формулу обобщения коэффициента отражения во всей области углов падения. Численный анализ коэффициента отражения сферической волны, определенного формулами (7), (8), поясняется рис. 7. Зависимость модуля коэффициента отражения  $V_{сф}$  от угла падения представлена на рис. 7 для значения горизонта источника  $z_{01} = z_0/\lambda_1 = 10$ . Интерференция двух составляющих в поле отраженных

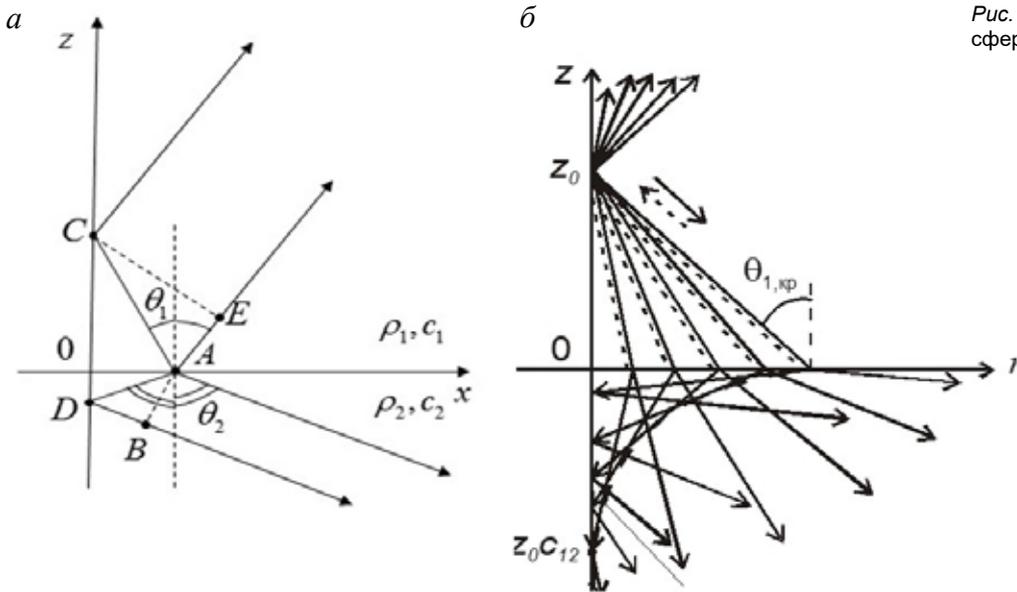


Рис. 6. Лучевая трактовка отражения сферической волны на границе раздела двух сред

и преломленных волн, регулярной и обобщенной, приводит к интерференционной изменчивости модуля коэффициента отражения, однако максимальный уровень коэффициента отражения строго ограничен условием  $|V_{сф}| \leq 1$ .

$$\begin{aligned} \Delta\psi_1 &= k_1\Delta r_1 = k_1(AC - AE), \\ \Delta\psi_2 &= k_2\Delta r_2 = k_2(AD + DB), \\ \Delta\psi_1 &= \Delta\psi_2 = \Delta\psi = 2k_1z_0 \sin\theta_1 \operatorname{tg}\theta_1, \\ V_{сф} &= aV + bVe^{-i\Delta\psi}, \quad \theta_1 \leq \theta_{1,кп} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} V_{сф} &= (a + be^{-i\Delta\psi})(aV + bV^*), \quad \theta_1 \geq \theta_{1,кп} \\ a + b &= 1. \end{aligned} \quad (8)$$

### ■ Экспериментальные оценки коэффициента отражения

Анализ экспериментальных работ [4–8], подтверждающих справедливость обобщенного реше-

ния граничной задачи на отражение плоских и сферических волн на границе раздела двух жидких сред, выполнен в обзорном плане в работе [2]. Приведем наиболее характерные примеры этого анализа. На рис. 8, а, который взят из работы [4], приведены результаты измерения коэффициента отражения при нормальном падении, полученные в наиболее простых условиях выровненного морского дна. Существенный рост коэффициента отражения с понижением частоты можно объяснить влиянием сходящихся волн отдачи. С понижением частоты расширяется характеристика направленности любого источника, увеличивая его сходство с модельным точечным источником, увеличивается влияние сходящихся волн отдачи на величину коэффициента отражения. Можно также ожидать, что влияние сходящихся волн отдачи (некогерентного обратного отражения) существенно увеличивает интерференционную изменчивость суммарного уровня отраженных волн и коэффициента отражения соответственно, что качественно хорошо соответствует приведенным экспериментальным данным.

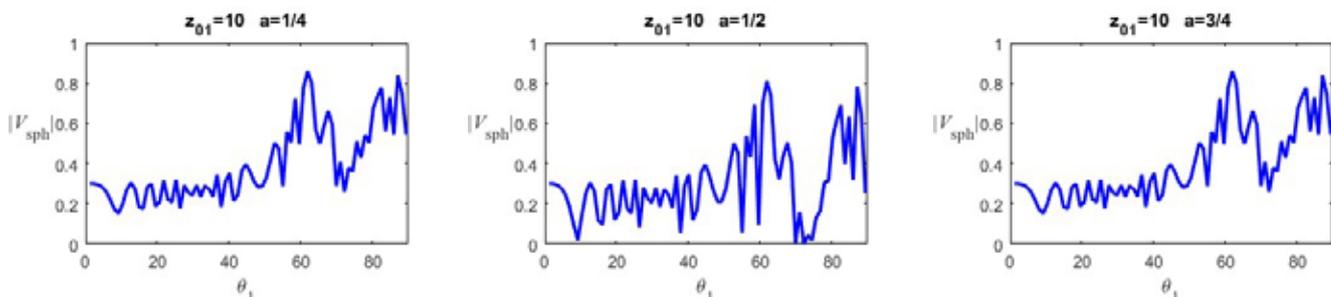


Рис. 7. Угловая зависимость модуля коэффициента отражения  $V_{сф}$

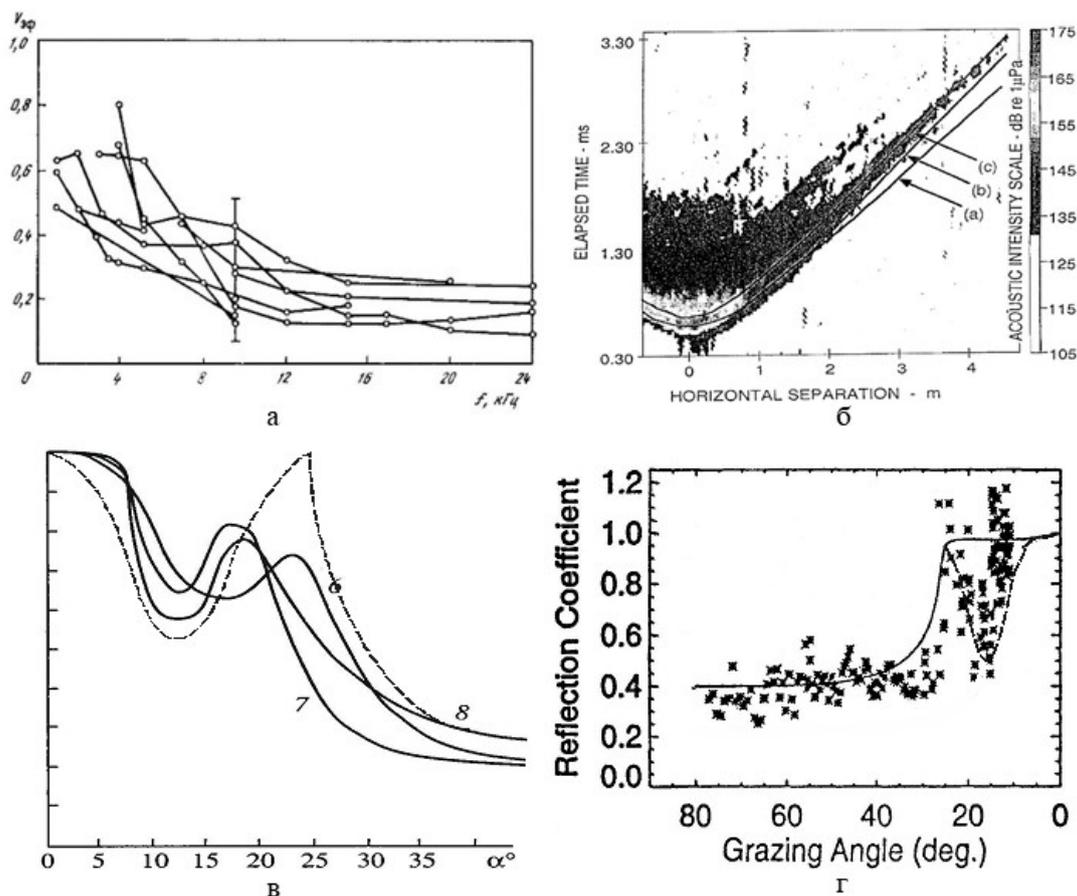


Рис. 8. Результаты экспериментальных исследований: а – частотная зависимость эффективного коэффициента отражения при нормальном падении в районах с выровненным дном; б – импульсная характеристика ненаправленного излучателя, снятая в бассейне с песчаным дном, частота 80 кГц; в – экспериментальные зависимости коэффициента отражения от угла скольжения, сплошные линии – экспериментальные значения, штриховая линия – обобщенная теория; г – экспериментальные зависимости коэффициента отражения от угла скольжения, крестики – экспериментальные значения, сплошная линия – классическая теория, штриховая линия – обобщенная теория

Экспериментальные результаты работ [5, 6] хорошо подтверждают эффект самофокусировки ненаправленного излучения в донном полупространстве, представленный на рис. 6, б. Рис. 8, б, взятый из работы [5], поясняет эффект самофокусировки ненаправленного излучения в модельном эксперименте. На рисунке представлена импульсная характеристика широкополосного ненаправленного излучателя со средней рабочей частотой 80 кГц, снятая в бассейне, дно которого покрыто слоем песка толщиной 2 м. Приемный гидрофон был закопан в песчаный грунт на глубину 0,5 м, а излучатель, находящийся в воде на расстоянии 0,5 м от границы раздела, перемещался в горизонтальном направлении. Длительность излученного импульса не превышала нескольких периодов рабочей частоты. Хорошо видно, что при соосном расположении излучателя и приемного гидрофона длительность импульсного отклика возрастает в десятки раз, что служит наглядным подтверж-

дением влияния сходящихся волн отдачи и эффекта самофокусировки ненаправленного излучения на длительность импульсного отклика. Само фокальное пятно служит вторичным (зеркальным) источником, излучение которого в обратном направлении также увеличивает уровень отраженной волны и коэффициент отражения соответственно.

Другие примеры проявления эффекта самофокусировки ненаправленного излучения в поле преломленных волн приведены в работе [6]. Оригинальные данные содержатся и в работах [7, 8]. В работе [7] коэффициент отражения измерен методом многократных донно-поверхностных отражений. Зависимость коэффициента отражения от угла скольжения показана на рис.8, в, взятом из этой работы. Хорошо видно, что в диапазоне углов полного внутреннего отражения на угловой зависимости формируется характерный минимум коэффициента отражения (0,57–0,65) для рабочих частот эксперимента 64–128 Гц

(кривые 6–8). В работе [8], из которой и взят рис. 8, г., коэффициент отражения измерен в глубоководном каньоне с помощью установленного на дне излучателя и многоканальной буксируемой приемной антенны в широком диапазоне углов скольжения 10–80°. Методика измерений, основанная на использовании техники «spiking filters», также отличается высокой точностью и стабильностью условий эксперимента в рабочей полосе частот 120 Гц с центральной частотой 50 Гц. На рисунке хорошо видны интерференционная составляющая во всем диапазоне углов падения и характерный минимум коэффициента отражения для углов скольжения 12–15° ( $V \approx 0,4–0,5$ ).

Данное автором работы объяснение существенного уменьшения коэффициента отражения в этом диапазоне углов изменением акустических параметров грунта и соответственно смещением критического угла полного внутреннего отражения на столь короткой трассе не является убедительным, т.к. горизонтальная изменчивость параметров морского дна в глубоком море достаточно мала. В то же время угловая зависимость коэффициента отражения, измеренная в этом эксперименте, хорошо соответствует модельным оценкам, приведенным на рис. 7.

**■ Верификация модельных решений с использованием комбинированных приемников, установленных на дне**

Комбинированные приемники (КП) или скалярно-векторные приемники являются сравнительно новым измерительным средством в экспериментальной гидроакустике, а их потенциальные возможности далеко не всегда используются в полной мере. При установке такого приемника на морском дне все измеряемые величины, а главное – соотношение между компонентами вектора колебательной скорости в значительной степени зависят от акустических параметров сопряженных сред и от угла скольжения звуковых лучей в пограничном слое. Так, при изменении угла скольжения от критического значения до нулевого, а в волновой или дальней зоне он может изменяться только в этих пределах, граница раздела вода – морское дно ведет себя либо как акустически жесткая, либо как акустически мягкая в указанных предельных случаях. При этом модуль отношения вертикальной компоненты вектора колебательной скорости к горизонтальной изменяется соответственно от нуля до некоторого максимального значения, которое, в свою очередь, зависит от модельного описания пограничных процессов. Иначе говоря, измеряя это отношение экспериментально с помощью комби-

нированного приемника, мы получаем возможность проверки на физическую состоятельность альтернативных модельных описаний полного внутреннего отражения и волноводного распространения звука в реальных морских акваториях. Приведем краткие сведения о процессе измерения и измеряемых величинах, полагая, что комбинированный приемник находится в дальней зоне и работает вблизи морского дна.

Пусть структура звукового поля описывается модовой функцией произвольного порядка:

$$\phi = \sin(k_{31}z) \frac{e^{-i\xi r}}{\sqrt{r}},$$

тогда 
$$Q = \left( \frac{v_z}{v_r} \right)_{z=h} = - \frac{k_{31} \cos(k_{31}h)}{i\xi \sin(k_{31}h)}, \quad k_{31} = k_1 \cos \theta_1,$$

$$\xi = k_1 \sin \theta_1,$$

где  $v_z, v_r$  – вертикальная и горизонтальная компоненты вектора колебательной скорости,  $\theta_1$  – угол падения.

С учетом дисперсионного уравнения в форме

$$1 + Ve^{-i2k_{31}h} = 0, \quad (1 + V) \cos(k_{31}h) + i(1 - V) \sin(k_{31}h) = 0,$$

$V$  – коэффициент отражения границы раздела вода – морское дно, получаем окончательно

$$Q = \frac{k_{31}}{\xi} \frac{1 - V}{1 + V} = \frac{D(v_z)}{D(v_r)} \operatorname{tg} \beta, \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \theta_1,$$

где  $\beta$  – угол скольжения,  $D(v_z), D(v_r)$  – коэффициенты прозрачности границы раздела по компонентам вектора колебательной скорости  $v_z, v_r$  соответственно.

Рассмотрим теперь два модельных описания коэффициента отражения для границы раздела вода – морское дно осадочного типа, классическое и обобщенное.

Классическое решение:

$$V = V_{nr} = \frac{k_{31} - \rho_{12}k_{32}}{k_{31} + \rho_{12}k_{32}} = \frac{k_{31} + i\rho_{12}\alpha_2}{k_{31} - i\rho_{12}\alpha_2},$$

$$\alpha_2 = k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - c_{12}^2}, \quad Q_1 = -i\rho_{12} \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_1 - c_{12}^2}}{\sin \theta_1},$$

$$\beta = \arccos \left( \frac{c_{12}\rho_{12}}{\sqrt{\rho_{12}^2 - Q^2}} \right), \quad Q = \left| \frac{v_z}{v_r} \right|_{\text{эксн}} \leq \rho_{12} \sqrt{1 - c_{12}^2}. \quad (9)$$

Обобщенное решение:

$$V = V_{cf} = \frac{3}{4}V_{ni} + \frac{1}{4}V_{ni}^*, \quad Q_2 = Q_1 \frac{k_{31} + i2\rho_{12}\alpha_2}{2k_{31} + i\rho_{12}\alpha_2},$$

$$\beta = \arccos \left( c_{12}^2 + \frac{\sqrt{b^2 + 4ac} - b}{2a} \right)^{1/2}, \quad (10)$$

$$a = 4 + \frac{\rho_{12}^2(4\rho_{12}^2 - 1)}{Q^2} - \rho_{12}^2,$$

$$b = 8c_{12}^2 + \frac{\rho_{12}^2(1 - c_{12}^2)}{Q^2} - 4 - \rho_{12}^2c_{12}^2, \quad c = 4c_{12}^2(1 - c_{12}^2),$$

$$Q = \left| \frac{v_z}{v_r} \right|_{\text{эксн}} \leq 2\rho_{12}\sqrt{1 - c_{12}^2}.$$

Обобщенное решение:

$$V_{cf} = \frac{1}{2}(V + V^*), \quad V_{cf} = \frac{k_{31}^2 - \rho_{12}^2\alpha_2^2}{k_{31}^2 + \rho_{12}^2\alpha_2^2}, \quad Q_3 = Q_1^2 \operatorname{tg} \theta_1,$$

$$\beta = \arccos \sqrt{x}; \quad 0 < x < 1, \quad (11)$$

где  $x$  – корень уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a = 1 + \frac{\rho_{12}^4}{Q^2}, \quad b = -(1 + 2c_{12}^2 \frac{\rho_{12}^4}{Q^2}), \quad c = \frac{c_{12}^4 \rho_{12}^4}{Q^2},$$

$$Q = \left( \frac{v_z}{v_r} \right)_{\text{эксн}}.$$

Численные оценки по формулам (9)–(11), выполненные в широком диапазоне изменения акустических параметров сопряженных сред и угла падения  $\theta \geq \theta_{кр}$ , поясняются рис. 9.

Как следует из приведенных рисунков, модуль искомого отношения компонент вектора колебательной скорости принимает максимальное значение для скользящих углов падения, но сами максимальные значения отличаются в два-три раза для сравниваемых модельных описаний, что позволяет организовать экспериментальную проверку искомого отношения и состоятельности сравниваемых теорий.

Экспериментальные исследования угловой структуры акустического поля проводились на стационарной трассе протяженностью 2169 м [8] сотрудниками ТОИ ДВО РАН. В качестве приемной системы использовался макет четырехканального комбинированного приемника. Постановка приемника на дно при глубине моря 42 м, прием сигналов по кабелю, регистрация и обработка осуществлялись на измерительной и вычислительной аппаратуре плавучей лаборатории, организованной на базе парусно-моторной шхуны «Светлана». Широкополосный акустический излучатель был установлен в 400 м от берега на глубине 39 м при глубине места 40 м. Управление

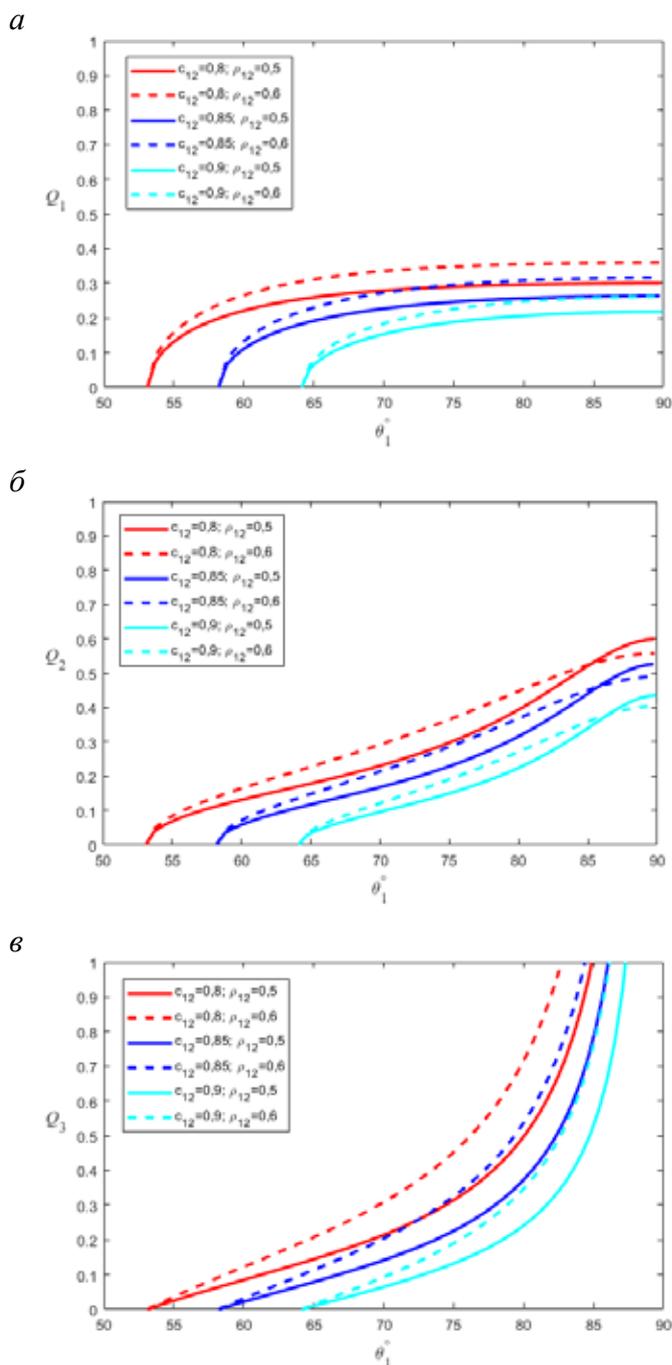


Рис. 9. Угловая зависимость отношения компонент вектора колебательной скорости  $Q$ : а –  $Q = Q_1$ , ( $a = 1, b = 0$ ); б –  $Q = Q_2$  ( $a = 3/4, b = 1/4$ ); в –  $Q = Q_3$  ( $a = b = \dot{\phantom{u}}$ )

режимами излучения осуществлялось по кабелю с берегового поста. В течение суточного мониторинга излучались каждую минуту фазоманипулированные сигналы (М-последовательности) на частотах 400 и 2500 Гц. Результаты обработки экспериментальных данных приведены на рис. 10, взятом из работы [9], в виде импульсных характеристик волновода (функций взаимной корреляции принятых сигналов с опор-

ным), измеренных по каналам КП в двух частотных диапазонах. Измеренные в эксперименте значения модуля отношения компонент вектора колебательной скорости  $|Q_{\text{экс}}|$  для трех принятых акустических импульсов максимальной амплитуды, соответствующие им относительные времена прихода и вычисленные по формулам (9)–(11) углы скольжения  $\beta$  сведены в таблицу. Сопоставление теоретических и экспериментальных данных позволяет сделать следующие выводы.

Все измеренные в эксперименте значения  $|Q_{\text{экс}}|$  на рабочей частоте 400 Гц, а также два первых по времени прихода значения этой величины для рабочей частоты 2500 Гц оказались аномально большими. Поэтому они не имеют объяснения в рамках классической теории отражения, которой соответствуют формула (9) и коэффициент отражения  $V_{\text{пл}}(\theta_1)$ , полученный с использованием в поле отраженных волн только регулярных составляющих. Однако все измеренные значения этой величины прекрасно описываются формулой (10) для  $Q = Q_2$ , полученной с использованием коэффициента отражения  $V_{\text{сф}}(\theta_1)$ , который, в свою очередь, получен с учетом обобщенных составляющих в суммарном поле отраженных волн. Можно сказать, что обобщенные составляющие в суммарном поле отраженных волн дополнительно размягчают границу раздела при малых углах скольжения, чему соответствуют аномально большие значения измеряемой величины  $Q_{\text{экс}}(\theta_1)$ .

При дальнейшем увеличении вклада обобщенной составляющей в коэффициент отражения сферической волны (например,  $a = b = 1/2$ ) параметр  $Q = Q_3$  в модельном описании существенно растет при малых углах скольжения, но такое модельное описание не подтверждается экспериментом. Кроме того, в этом модельном описании фазовый сдвиг между

Экспериментальные значения параметра Q

$f = 400 \text{ Гц}$			$f = 2500 \text{ Гц}$		
$T, \text{ сек}$	$ Q_{\text{экс}} $	$\beta^*, \text{ град}$	$T, \text{ сек}$	$ Q_{\text{экс}} $	$\beta^*, \text{ град}$
0,048	0,446	8,0	0,048	0,364	12
0,060	0,487	7,5	0,062	0,466	8,0
0,077	0,510	7,0	0,077	0,105	27

$\beta^*$  – угол скольжения, вычисленный для грунта с параметрами  $c_{12} = 1,46/1,70$ ;  $\rho_{12} = 1/1,6$ .

компонентами вектора колебательной скорости равен нулю, что также не соответствует эксперименту. При дальнейшем увеличении вклада обобщенной составляющей в коэффициент отражения сферической волны (например,  $a = 1/4, b = 3/4$ ) параметр  $Q = Q_4$  в модельном описании принимает комплексно-сопряженное значение  $Q_4 = Q_2^*$ . Однако фазовый сдвиг между компонентами вектора колебательной скорости принимает отрицательное значение, что также не соответствует эксперименту. Можно отметить, что модельная оценка весовых коэффициентов  $a = 3/4, b = 1/4$  в определении коэффициента отражения сферической волны наилучшим образом соответствует эксперименту. Именно этот выбор весовых коэффициентов был использован в работе [2] для численной оценки коэффициента отражения на границе раздела двух жидких полупространств. Неформальным подтверждением предпочтительности такого выбора может служить модельное описание весовых коэффициентов на основе их энергетического определения:

$$a = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{I_2}{I_1} \right), \quad b = \left( 1 - \frac{I_2}{I_1} \right), \quad (12)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \rho_{12} \left( 1 - \frac{\alpha_2}{k_1} \right) = \rho_{12} (1 - \sqrt{\sin^2 \theta_1 - c_{12}^2}),$$

где  $I_1(\theta), I_2(\theta)$  – горизонтальные компоненты вектора интенсивности в сопряженных полупространствах. Численные оценки весового коэффициента  $a$  по формуле (12) показывают, что для типичных значений параметров сопряженных сред, характерных для мелкого моря, он изменяется в пределах 0,8–0,6 при изменении угла падения в пределах  $\theta_{1, \text{ед}} - \pi/2$ .

Еще одна особенность обобщенного решения заключается в том, что оно допускает существование волн пограничного типа, которые не локализованы строго на границе раздела, но для которых полностью выполняются условия согласования по давлению и нормальной компоненте вектора колебательной скорости. Для таких волн выполняются условия

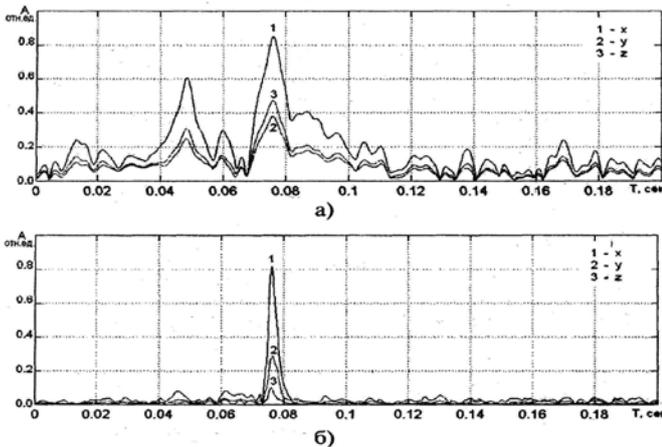


Рис. 10. Функции взаимной корреляции принятых сигналов с опорным в каналах x, y, z КП для частот 400 Гц (а) и 2500 Гц (б)

равенства входных импедансов сопряженных сред, определенных для случая наклонного падения (условия Брюстера):

$$\frac{\rho_1 c_1}{\cos \theta_1} = \frac{\rho_2 c_2}{\cos \theta_2}, \quad \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2} = c_{12}.$$

$$\rho_{12} < 1, \quad c_{12} < 1; \quad \theta_{\text{бр}} = \frac{\pi}{2} - i\delta_{\text{бр}},$$

$$\text{ch}^2 \delta_{\text{бр}} = \frac{1 - \rho_{12}^2 c_{12}^2}{1 - \rho_{12}^2} > 1, \quad c_0 = c_1 \sqrt{\frac{1 - \rho_{12}^2}{1 - \rho_{12}^2 c_{12}^2}} < c_1.$$

В этом случае вдоль границы раздела распространяется неоднородная в обоих сопряженных полупространствах волна, которая, в свою очередь, может быть реализована в двух модификациях, в виде водной волны или в виде грунтовой волны:

$$\phi^{(1)}(x, z) = \begin{pmatrix} e^{\alpha_{01}z} \\ \rho_{12} e^{\alpha_{02}z} \end{pmatrix} e^{-ik_0x}, \quad \phi^{(2)}(x, z) = \begin{pmatrix} e^{-\alpha_{01}z} \\ \rho_{12} e^{-\alpha_{02}z} \end{pmatrix} e^{-ik_0x}, \quad (13)$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0}, \quad \alpha_{01} = k_1 \rho_{12} \sqrt{\frac{1 - c_{12}^2}{1 - \rho_{12}^2}}, \quad \alpha_{02} = \frac{\alpha_{01}}{\rho_{12} c_1}.$$

Водная волна  $\phi^{(1)}(x, z)$  локализована в верхнем полупространстве, где ее амплитуда экспоненциально растет при удалении от границы раздела и экспоненциально убывает в нижнем полупространстве. Грунтовая волна  $\phi^{(2)}(x, z)$  локализована в нижнем полупространстве, где ее амплитуда экспоненциально растет при удалении от границы раздела и экспоненциально убывает в верхнем полупространстве. Угловая зависимость коэффициента отражения во всем диапазоне углов падения, вещественных и комплексных, поясняется рис. 11. На рисунке обозначены:

$$V(0) = \frac{1 - \rho_{12} \tilde{n}_{12}}{1 + \rho_{12} \tilde{n}_{12}},$$

$$\delta_{\text{бр}} = \text{arch} \sqrt{\frac{1 - \rho_{12}^2 c_{12}^2}{1 - \rho_{12}^2}}, \quad V_{\infty} = \frac{1 - \rho_{12}}{1 + \rho_{12}}.$$

Неоднородные волны (13) будем называть медленными обобщенными волнами Брюстера. Эти волны не имеют физического смысла в классическом описании звуковых полей, построенном в классической самосопряженной модельной постановке. Однако они приобретают физический смысл в обобщенном решении граничных задач акустики, построенном в несамосопряженной модельной постановке, допускающей трансформа-

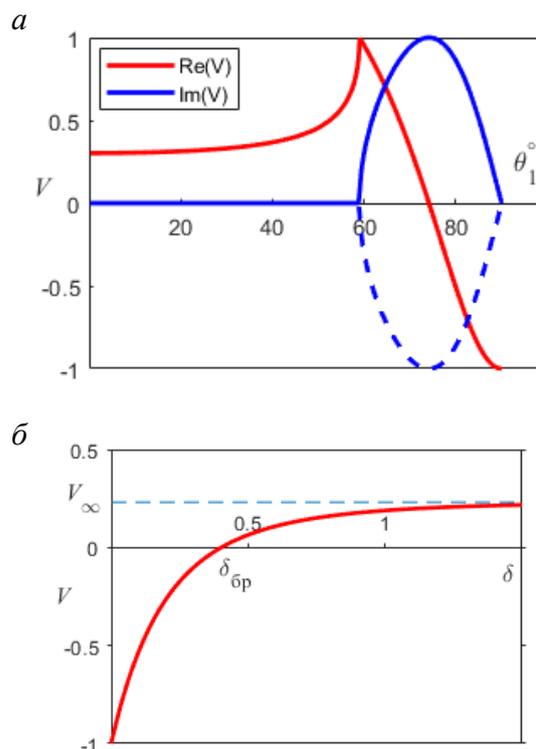


Рис. 11. Угловая зависимость коэффициента отражения  $V_{nn}$  в диапазоне вещественных углов падения (а) и комплексных углов падения (б)

цию неоднородных расходящихся волн в сходящиеся волны отдачи. Такая трансформация имеет место не только на горизонтах полного внутреннего отражения, но и на горизонте источника при обобщенном описании его комплексного углового спектра, как это сделано в работе [10]. При придонном расположении источника волны Брюстера (13) в обобщенном описании становятся волнами пограничного типа и представляют определенный практический интерес.

Подводя итог сопоставлению теоретических и экспериментальных данных, связанных с отражением и прохождением звуковых волн на границе раздела вода – морское дно в широком частотно-угловом диапазоне, можно отметить важность модельных представлений при решении рассмотренного класса задач в акустике слоистых сред. Особую привлекательность при объяснении всех аномальных явлений, не имеющих адекватного объяснения в рамках классического решения как одного из возможных, имеет предложенное выше альтернативное решение обобщенного типа, физическая состоятельность которого как раз и подтверждается хорошим соответствием всем рассмотренным экспериментальным данным аномального характера.

## Выводы

Результаты разработки несамосопряженной модельной постановки для рассмотренных граничных задач акустики можно сформулировать в виде ряда положений.

- В основе несамосопряженной модельной постановки лежит гипотеза о возможной трансформации расходящейся неоднородной волны в сходящуюся волну отдачи с одновременным изменением знака вертикального волнового числа, которая имеет место на горизонтах трансформации, подлежащих определению в каждом конкретном случае.
- Полнота решения граничной задачи в несамосопряженной модельной постановке обеспечивается включением в суммарное решение собственных функций двух сопряженных операторов с возможным образованием гибридных волн, стоячих волн и вихревых структур в поле вектора интенсивности.
- Корректность и единственность обобщенного решения граничной задачи, построенного в несамосопряженной модельной постановке, разрывного и по давлению, и по нормальной компоненте вектора колебательной скорости на горизонтах трансформации, обеспечивается равенством нулю потока мощности через горизонт трансформации и, как следствие, отсутствием новых источников энергии, не указанных при формулировке граничной задачи.
- Полное отражение не является таковым во всем диапазоне углов падения, включая углы падения, большие критического значения. Физическим механизмом, реализующим неполное отражение в этом диапазоне углов падения, является интерференция регулярной и обобщенной составляющих суммарного решения, порождающая трансформацию вертикальной компоненты потенциального вектора интенсивности в вихревую составляющую вектора интенсивности.
- В случае придонного расположения источника несамосопряженная модельная постановка допускает существование на границе раздела двух жидких сред медленной обобщенной волны Брюстера пограничного типа, отсутствующей в классическом решении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.
2. Касаткин Б.А., Злобина Н.В. Корректная постановка граничных задач в акустике слоистых сред. М.: Наука, 2009. 496 с.
3. Журавлев В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А. Потоки энергии в окрестности дислокаций фазового фронта // ЖЭТФ. 1993. Т. 104, № 5(11). С. 3769–3783.
4. Воловов В.И. Отражение звука от дна океана. М.: Наука, 1993. 270 с.
5. Chotiros N.P. High frequency acoustic bottom penetration: Theory and experiment // Proceeding of Ocean's-89. Vol. 3. P. 1158–1162.
6. Simpson H.I., Houston B.H. Synthetic array measurements of acoustical waves propagating into a water-saturated sandy bottom for a smoothed and roughened interface // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. Vol. 107, No. 5. Pt. 1. P. 2329–2337.
7. Студеничник Н.В. Исследование коэффициента отражения звука от дна в диапазоне углов полного внутреннего отражения // Акуст. журн. 2002. Т. 48, № 4. С. 539–546.
8. Heard G.J. Bottom reflection coefficient measurement and geoacoustic inversion at the continental margin near Vancouver Island with the aid of spiking filters // J. Acoust. Soc. Am. 1997. Vol. 101, No. 4. P. 1953–1960.
9. Акуличев В.А., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Каменев С.И., Моргунов Ю.Н., Половинка Ю.А., Стробыкин Д.С. Векторно-фазовые измерения в акустической томографии океана // Материалы Междунар. науч.-технич. конф. «Технические проблемы освоения Мирового океана». Владивосток: Дальнаука, 2005. С. 109–113.
10. Касаткин Б.А., Злобина Н.В., Касаткин С.Б., Злобин Д.В., Косарев Г.В. Акустика мелкого моря в скалярно-векторном описании: теория и эксперимент. Владивосток: ИПМТ ДВО РАН, 2019. 360 с.

## Об авторах

**КАСАТКИН Борис Анатольевич**, д.ф.-м.н., г.н.с., профессор  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева Дальневосточного отделения Российской академии наук

Адрес: 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

Область научных интересов: теоретическая и прикладная гидроакустика, распространение звуковых волн в слоистых волноводах

E-mail: kasatkas@marine.febras.ru

ORCID: 0000-0001-7392-3672

**ЗЛОБИНА Надежда Владимировна**, д.т.н., г.н.с.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева Дальневосточного отделения Российской академии наук

Адрес: 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

Область научных интересов: акустика слоистых сред, гидроакустика, обработка сигналов

E-mail: zlobina@marine.febras.ru

ORCID: 0000-0003-3314-2163

**КАСАТКИН Сергей Борисович**, к.ф.-м.н., зав. лабораторией  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева Дальневосточного отделения Российской академии наук

Адрес: 690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 5а

Область научных интересов: гидроакустика, обработка сигналов, шумовые поля, гибридные приемные системы, неоднородные обобщенные волны

Тел.: 8(908)440-8854

E-mail: kasatkas@marine.febras.ru

ORCID: 0000-0002-0945-8355

# REFLECTION OF SOUND WAVES AT INTERFACES. NON-SELF-ADJOINT MODEL STATEMENT

**B.A. Kasatkin, N.V. Zlobina, S.B. Kasatkin**

On the basis of the mathematical definition of a non-self-adjoint operator and the physical meaning of a specific boundary value problem, a non-self-adjoint model statement of boundary value problems in acoustics is formulated. As an example, boundary value problems for the reflection of a plane wave and a spherical wave at the interface between two liquid media are considered. The definition of the reflection coefficient of a spherical wave is introduced. In the region of subcritical angles of incidence, the new definition takes into account the appearance in the total sound field of converging recoil waves corresponding to the eigenfunctions of the adjoint operator. In the region of supercritical angles of incidence, the participation of the eigenfunctions of two conjugate operators in the total sound field forms a nonzero power flux through the interface and its transformation into the vortex component of the intensity vector at the total internal reflection horizon. The definition of the total internal reflection horizon is given. The new definition of the reflection coefficient and the physical correctness of the non-self-adjoint model statement are confirmed by the presented experimental data.

**Keywords:** non-self-adjoint model statement, converging recoil waves, transformation horizon, hybrid waves, vortex component of the intensity vector.

## References

1. Vladimirov V.S. Equations of mathematical physics. M.: Nauka, 1981. 512 p.
2. Kasatkin B.A., Zlobina N.V. Correct statement of boundary problems in acoustics of layered mediums. Moscow: Nauka, 2009. 496 p.
3. Zhuravlev V.A., Kobozev I.K., Kravtsov Yu. A. Energy flows in the vicinity of phase dislocations. Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1993. Vol. 104. No. 5(11). P. 3769-3783.
4. Volovov V.I. Reflection of sound from the ocean floor. M.: Nauka, 1993. 270 p.
5. Chotiros N.P. High frequency acoustic bottom penetration: Theory and experiment. Proceeding of Ocean's-89. Vol. 3. P. 1158-1162.
6. Simpson H.I., Houston B.H. Synthetic array measurements of acoustical waves propagating into a water-saturated sandy bottom for a smoothed and roughened interface. J. Acoust. Soc. Amer. 2000. Vol. 107. No. 5. Pt. 1. P. 2329-2337.
7. Studenichnik N.V. Studies of the ocean-bottom reflection coefficient at angles of total internal reflection. Akust. Zh. 2002. Vol. 48. No 4. P. 539-546.
8. Heard G.J. Bottom reflection coefficient measurement and geoacoustic inversion at the continental margin near Vancouver Island with the aid of spiking filters. J. Acoust. Soc. Am. 1997. Vol. 101. No. 4. P. 1953-1960.
9. Akulichev V.A., Burenin A.V., Voitenko E.A., Kamenev S.I., Morgunov Yu.N., Polovinka Yu.A., Stroykin D.S. Vector-phase measurements in acoustic tomography of the ocean. Proceedings of the international science-technical conference «Technical Problems of World Ocean Exploration». Vladivostok: Dal'nauka, 2005, pp. 109-113
10. Kasatkin B.A., Zlobina N.V., Kasatkin S.B., Zlobin D.V., Kosarev G.V. Acoustics of the shallow sea in scalar-vector description. Theory and experiment. Vladivostok, 2019. 360 p.

## Author information

**KASATKIN Boris Anatolyevich**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher  
Ageev Institute of Marine Technology Problems of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences  
**Address:** 5a Sukhanova st., Vladivostok, Russia  
**Research interests:** Theoretical and applied hydroacoustics, sound wave propagation in layered waveguides  
**E-mail:** kasatkas@marine.febras.ru  
**ORCID:** 0000-0001-7392-3672

**ZLOBINA Nadezhda Vladimirovna**, Doctor of Technical Sciences, Chief Researcher  
Ageev Institute of Marine Technology Problems of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences  
**Address:** 5a Sukhanova st., Vladivostok, Russia  
**Research interests:** Acoustics of layered media, hydroacoustics, signal processing  
**E-mail:** zlobina@marine.febras.ru  
**ORCID:** 0000-0003-3314-2163

**KASATKIN Sergey Borisovich**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head laboratory  
Ageev Institute of Marine Technology Problems of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences  
**Address:** 5a Sukhanova st., Vladivostok, Russia  
**Research interests:** hydroacoustics, signals processing, noise fields, hybrid receiving systems, inhomogeneous generalized waves  
**Phone:** +7(908)440-8854  
**E-mail:** kasatkas@marine.febras.ru  
**ORCID:** 0000-0002-0945-8355